



## بررسی تجربی نوسانات با دامنه محدود و فلاتر صفحات الاستیک دو بعدی در جریان محوری سه بعدی

سیدمهدی پورسیدرضایی<sup>۱</sup>، احمد صداقت<sup>۲</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، تلفن: 09131676507-09363230433، پست الکترونیکی: poorseid@yahoo.com

### چکیده

این مقاله یک کار آزمایشگاهی است که تاکنون در کشور تحقیقات مدونی بر روی آن انجام نشده است. موضوع اصلی این پروژه ارتعاشات و نوسانات متناوب با دامنه محدود (LCO) صفحه الاستیک دوبعدی در جریان محوری سه بعدی است. به همین منظور در اینجا یک صفحه مسطح در لبه فرار یک ایرفویل 0015NACA صلب گیردار شده است. به عبارت دیگر همچون تیر یک سر درگیر به ایرفویل متصل شده است. در مدل نظری پیش رو هم در سختی خمشی و هم در اینرسی جرمی، اجزای ساختاری غیرخطی به وجود می آید. به هر حال، از اجزای غیرخطی آیرودینامیکی صرفه نظر می شود و از تئوری آیرودینامیک جریان سه بعدی خطی، غیرقابل تراکم و چرخشی و نیز یک مدل آیرودینامیک با مرتبه کاهش یافته جهت محاسبه مرز ارتعاشات خطی و نوسانات متناوب با دامنه محدود (LCO) که فراتر از مرز ارتعاشات خطی رخ می دهد، جهت تحلیل تئوری نتایج استفاده شده است. نتایج تئوری و آزمایش برای شروع ارتعاش همخوانی خوبی با هم دارد و شامل سرعت جریان بحرانی که در آن سیستم آیروالاستیک شروع به ناپایداری می کند و همچنین مد آیروالاستیک نوسان و فرکانس می باشد. به هر حال، تفاوت های چشمگیری بین نتایج تئوری حاضر و آزمایش در مورد نوسانات متناوب محدود (LCO) با دامنه بزرگ وجود دارد. چنین به نظر می رسد که اجزای غیرخطی آیرودینامیکی (که در نظریه حاضر مدل نشده است) علت اصلی این اختلافات است. سعی بر آن شده است تا نتایج به دست آمده هرچه بیشتر در قالب شکل و نمودار ارائه شود و با بیان جزئیات، فهم مطلب برای خوانندگان آسان گردد.

واژه های کلیدی: آیروالاستیک - نوسانات دامنه محدود - فلاتر غیرخطی

### مقدمه

#### تاریخچه

اولین بار ارتعاشات و نوسانات متناوب با دامنه محدود (LCO) صفحات دارای لبه های آزاد که نمایانگر پره هایی با نسبت منطری پایین می باشد، به صورت تجربی توسط داگت (Doggett) و ثلثمن (Solstmann) مورد بررسی قرار گرفته است [۱]. اخیراً، در تحقیقات انجام شده توسط تانگ (Tang) بر روی جریان هایی با سرعت بسیار کمتر از سرعت صوت، جهت بررسی تئوری لرزش و نوسانات متناوب محدود از یک پره مستطیلی و مثلثی با نسبت منطری پایین که از یک ضلع به صورت موازی با جهت جریان به یک تکیه گاه صلب گیردار شده، استفاده گردیده است. تانگ برای تحلیل نتایج از معادلات فن کارمن و یک مدل آیرودینامیک شبکه گردابی سه بعدی غیردائم و نیز از روش کاهش مرتبه استفاده کرده است. با استفاده از این روش، لرزش و نوسانات متناوب محدود به خوبی پدیدار گشته و منطبق بر نتایج آزمایش بوده است [۲].

در این پروژه، یک پانل دوبعدی که در لبه حمله اش به ایرفویل 0015NACA صلبی در لبه فرار گیردار شده و لبه دیگرش آزاد می باشد، در جریان محوری سه بعدی و غیرقابل تراکم قرار داده می شود. مطالعات اولیه توسط کرنکی (Kornecki) [۳]، هوآنگ (Huang) [۴] و شایو (Shayo) [۵] بر روی یک مدل ساختاری مشابه اما خطی و در یک جریان دوبعدی انجام شده است. تانگ و دوئل (Dowell) در تحقیقات اخیر خود بر روی مدل حاضر، آثار غیرخطی ساختاری که در سختی خمشی و اینرسی جرمی به وجود می آید، را در نظر گرفته اند. در این تحقیقات از تئوری آیرودینامیک شبکه گردابی خطی، دوبعدی، غیردائم و یک مدل آیرودینامیکی مطابق با آن که تا حدود زیادی با مدل ساختاری مورد نظر همخوانی دارد، استفاده شده است. به کمک این روش، لرزش و نوسانات متناوب کاملاً مشخص گردیده است [۶]. اهم توجه در این پروژه، تکمیل مطالعات تانگ و دوئل از طریق بررسی صحت تجربی لرزش و نوسانات متناوب محدود (LCO) پیش بینی شده، می باشد. خصوصاً اینکه آزمایش آنها در تونل باد با اتاقک تست  $60 \text{ (cm)} \times 60 \text{ (cm)}$  بوده است و اثرات نوسانات با دامنه بالا بر جریان داخل تونل باد اثر می گذاشته است، در حالی که در آزمایش کنونی در اتاقک تست  $90 \text{ (cm)} \times 90 \text{ (cm)}$  این محدودیت وجود ندارد. جهت دستیابی به این هدف، یک پانل دوبعدی یک سر گیردار در جریان محوری سه بعدی طراحی شد و مورد آزمایش قرار گرفت. از یک دوربین فیلمبرداری جهت مشاهده و اندازه گیری دامنه نوسانات استفاده شده است. همچنین، یک آنالیز تئوری که با بکارگیری مدل آیرودینامیک شبکه گردابی سه بعدی و غیردائم انجام گرفته است، جهت تحلیل و مقایسه نتایج به تفصیل آورده شده است. بهر حال، واکنش مدل تازمانی که هیچ خمش

چشمگیری دیده نشود، در جهت جریان محوری، یک بعدی می‌باشد. در طول تدوین این پروژه، نیم‌نگاهی به تحقیقات تاندا (Taneda) و یدیکینگ (Yadykin) که هردوی آنها پرچم‌هایی دوبعدی را در جریان سه‌بعدی در نظر گرفته‌اند، شده‌است. تحقیق تاندا کاملاً تجربی است. او پرچم‌هایی از ابریشم، پشم، کتان و موصلی را به کار برد [۷]. یدیکینگ در

محکم شده‌است. لذا، طول کل یا وتر ایرفویل به‌علاوه طول پانل الاستیک برابر 366/7 mm می‌باشد. جریان اطراف مجموعه ایرفویل صلب-پانل یک سر گیردار، غیرقابل تراکم، غیرچرخشی و بدون لزجت در نظر گرفته می‌شود. در این پروژه از تئوری شبکه گردابی سه-بعدی (خطی) و غیریکنواخت جهت مدلسازی این جریان استفاده-شده‌است.

مجموعه ایرفویل صلب-پانل یک سر گیردار و دنباله لزوج به تعدادی المان جریان تقسیم می‌شود. اندازه تمام المان‌های جریان در دنباله لزوج و نیز روی ایرفویل صلب-پانل یک سر گیردار مساوی dx بوده و همگی هم‌جهت با جریان هستند. نقاط چرخش (رأس‌های گرداب) بر روی ایرفویل صلب-پانل یک سر گیردار و در دنباله لزوج به طور منظم قرار داده می‌شود.

جهت محاسبه تغییر مکان عرضی پانل تحت سرعت فروزش، به سرعت القاء شده ناشی از گردابه‌های مجزای هر یک از این نقاط گردابه نیاز است تا بتوان تغییر مکان عرضی حاصل از حرکت غیریکنواخت پانل یک سر گیردار را برآورد کرد. بنابراین، رابطه زیر حاصل می‌شود [۹]:

$$w_i^{t+1} = \sum_j^{k_{mm}} K_{ij} \Gamma_j^{t+1}, \quad i = 1, \dots, k_m, \quad (1)$$

که در آن  $w_i^{t+1}$  تغییر مکان عرضی در  $i$  امین نقطه در زمان  $t+1$ ،  $\Gamma_j$  قدرت  $j$  امین نقطه گردابه و  $k_{ij}$  یک تابع کرنل آیرودینامیک می‌باشد. برای جریان غیرقابل تراکم سه‌بعدی، تابع کرنل توسط جوزف (Joseph) و آلن (Allen) به صورت زیر ارائه شده‌است [۱۰]:

$$K_{ij} = \frac{-1}{4\pi(y_i - y_{ja})} \left[ 1 + \frac{\sqrt{[(x_i - x_{ja})^2 + (y_i - y_{ja})^2]}}{x_i - x_{ja}} \right] + \frac{1}{4\pi(y_i - y_{jb})} \left[ 1 + \frac{\sqrt{[(x_i - x_{ja})^2 + (y_i - y_{jb})^2]}}{x_i - x_{ja}} \right] \quad (2)$$

که در آن  $x_i$  موقعیت  $i$  امین نقطه و  $y_{ja}$  و  $y_{jb}$  نیز موقعیت دو  $j$  امین خطوط گردابه است که با محور  $x$  در  $y_a$  و  $y_b$  موازی می‌باشد.

معادله ماتریسی آیرودینامیک به صورت زیر ارائه می‌شود [۹]:

$$[A]\{\Gamma\}^{t+1} + [B]\{\Gamma\}^t = \{w\}^{t+1} \quad (3)$$

که در آن  $[A]$  و  $[B]$  ماتریس‌های ضرائب آیرودینامیک هستند. توزیع فشار بدون بعد بر روی ایرفویل صلب-پانل مسطح به صورت زیر می‌باشد [۹]:

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی

<sup>۲</sup> استادیار

ضمن آزمایشاتی که انجام داد، توانست یک تئوری ساختاری غیرخطی مبتنی بر یک مدل آیرودینامیک خطی باریک و بلند که جهت نسبت-های منطقی بسیار کم مناسب می‌باشد، پی‌ریزی نموده و منجر به یک تصحیح تجربی در نیروی پسا گردد. روابط تئوری-تجربی یدیکینگ در زمینه نیروی پسا بویژه در مورد شروع لرزش و نوسانات متناوب محدود (LCO)، که مرکز توجه پروژه فعلی است، کاربرد دارد [۸].

از آنجا که امروزه در صنایع هواپیماسازی مدرن تلاش بر روی ساخت بال‌های بسیارنازک و ایده‌آل می‌باشد، ای پروژه از اهمیت خاصی برخوردار است. لازم بذکر است که، تاکنون در کشور تحقیقات مدونی بر روی این موضوع انجام نشده‌است. از ویژگی‌های این پروژه می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

در این پروژه از یک تئوری آیرودینامیک سه‌بعدی مناسب بر-اساس جریان پتانسیل استفاده می‌شود (درمقابل تئوری آیرودینامیک دوبعدی که تنها برای نسبت‌های منطقی بسیار زیاد مناسب بوده یا تئوری اجسام باریک و بلند که تقریبی برای نسبت‌های منطقی بسیار کم می‌باشد). همچنین، نتایج تئوری و تجربی حاصل برای مدل پانل یک سر گیردار دوبعدی در جریان محوری سه‌بعدی تطابق خوبی را از خود نشان می‌دهد. سعی بر آن شده‌است که، ساده‌سازی‌های فرض-شده در تحلیل تئوری در مورد نوسانات متناوب محدود تا حد امکان با در نظر گرفتن شرایط جریان و آثار غیرخطی ساختاری انجام شود.

### معادلات حالت-مکان

تصویری از هندسه پانل-ایرفویل همراه با مدل شبکه گردابی سه-بعدی در جریان غیریکنواخت در شکل ۱ نشان داده شده‌است. معادلات حالت-مکان برای سیستم مایع-جامد آیروالاستیک در ادامه شرح داده می‌شود.

### مدل آیرودینامیک

برای مدلسازی سیستم آیروالاستیک فوق، یک پانل الاستیک مسطح با عرض 127 mm و طول ۲۶۶/۷ mm در نظر گرفته شده‌است. این پانل به ایرفویل 0015NACA صلب در قسمت لبه فرار آن که در دهانه تونل باد قرار گرفته و دارای طول معین 100 mm می‌باشد،

### انرژی پتانسیل

انرژی پتانسیل عبارتست از [9]:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L D(\psi'')^2 dx \quad (9)$$

که در آن  $\psi''$ ، خمش غیرخطی پانل دوبعدی می‌باشد:

$$\psi'' = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left[ 1 - \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]^{1/2}$$

و  $D = Eh^3 / [12(1 - \nu^2)]$ ، بنابراین، برای  $(\partial w / \partial x)^2 \ll 1$  داریم:

$$(\psi'')^2 \approx \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \left[ 1 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (10)$$

با جایگذاری معادله (10) در معادله (9) داریم:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \left[ 1 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (11)$$

### اصل همیلتون

روش انرژی بر اساس اصل همیلتون به صورت زیر نوشته می‌شود [9]:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} La dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = 0 \quad (12)$$

که در آن  $La$  لاگرانژ سیستم ( $La = T - V$ )، و  $\delta W$  کار مجازی ناشی از نیروی آیرودینامیک می‌باشد.

بسط عبارت اول در معادله (12) منجر می‌شود به:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} La dt = m_p \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L (\dot{u} \delta u + \dot{w} \delta w) dt dx + D/2 \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \delta \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \left( 1 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) \right] dt dx \quad (13)$$

انتگرال گیری جزء جزء عبارت فوق به دست می‌دهد:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} T dt = -m_p \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L [\ddot{u} \delta u + \ddot{w} \delta w] dt dx \quad (14)$$

که در آن:

$$\ddot{u} = -\frac{1}{2} \int_0^x \left( \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} \right)^2 dx$$

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} V dt = D \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^3 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \delta w dt dx \quad (15)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \Delta p \delta w dx dt \quad (16)$$

$$\overline{\Delta p_j} = \frac{c}{dx} \left[ (\Gamma_j^{t+1} + \Gamma_j^t) / 2 + \sum_i^j (\Gamma_i^{t+1} - \Gamma_i^t) \right] \quad (4)$$

و نیروی تعمیم یافته آیرودینامیک نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود [9]:

$$Q_i = \rho_\infty U^2 \int_0^c \overline{\Delta p} \Phi_i dx \quad (5)$$

که در آن  $\Phi_i$ ،  $i$  امین تابع مد تغییر مکان بوده و برابر است با:

$$\Phi_i = \begin{cases} 0 & x \leq L_0 \text{ for} \\ \phi_i & L_0 > L + L_0 \geq x \text{ for} \end{cases}$$

و  $\phi_i$ ،  $i$  امین تابع مد ساختاری پانل الاستیک مسطح یک سر گیردار دوبعدی می‌باشد.

### معادلات ساختاری حرکت

اکنون به محاسبه انرژی پتانسیل و جنبشی پانل الاستیک مسطح یک سر گیردار دوبعدی می‌پردازیم (توجه داشته باشید که از انرژی-های ایرفویل صلب صرف نظر می‌شود). بنابراین، معادلات حرکت ممکن است از اصل همیلتون استنتاج شود.

برای مدل ساختاری حاضر، فرض انبساطناپذیری محوری جهت حرکت صفحه‌ای پانل الاستیک به کار می‌رود. لذا، مطابق آنالیزهای سملر (Semler) و پایدوسیس (Paidoussis)، شرایط انبساطناپذیری مطابق زیر بیان می‌شود [11]:

$$\left( 1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 = 1 \quad (6)$$

با استفاده از تعریف کلاسیک انرژی پتانسیل و جنبشی یک جسم الاستیک و صرف نظر از آثار غیرخطی سختی و اینرسی، روابط انرژی مطابق زیر حاصل می‌شود (برای درک بهتر مدل ساختاری حاضر به کتاب پایدوسیس [12] مراجعه نمایید).

### انرژی جنبشی

انرژی جنبشی توسط رابطه زیر به دست می‌آید [9]:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L m_p (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dx \quad (7)$$

اگر تغییر مکان عرضی پانل در جهت  $w$  نسبت به طول پانل کوچک فرض شود، ترم  $(\partial u / \partial x)^2$  در معادله (6) در مقابل  $(\partial w / \partial x)$  می‌تواند صرف نظر شود. بنابراین، برای  $u=0$  در  $x=0$  و از معادله (6) خواهیم داشت:

$$u(x) = -\frac{1}{2} \int_0^x \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (8)$$

$$F_M = \sum_n \sum_r \sum_s M_{inrs} q_n \dot{q}_r \dot{q}_s$$

که

$$M_{ii} \equiv \int_0^1 m_p \phi_i^2 dx$$

$$K_{inrs} = \int_0^1 D \phi_i [\phi_n''' \phi_r' \phi_s' + 4 \phi_n' \phi_r'' \phi_s''' + \phi_n'' \phi_r'' \phi_s''] dx$$

$$M_{inrs} = \int_0^1 m_p \phi_i \phi_n \left( \int_0^x \phi_r \phi_s dx \right) dx - \int_0^1 m_p \phi_i \phi_n'' \left( \int_x^1 \phi_r' + \phi_s' dx dx \right) dx$$

### معادلات حالت-مکان آيروالاستيك

با فرض مقاطع زمانی گسسته برای پانل،  $q(t)$  و تقسیمات زمانی ثابت  $\Delta t$ ، معادلات دینامیکی ساختاری، (معادله ۲۱)، می‌تواند در مقاطع زمانی مجزا به صورت معادله حالت-مکان بیان شود [۹]:

$$[D_2 + dM(q_n^t, q_s^t)] \{\theta\}^{t+1} + [D_1] \{\theta\}^t + [C_2] \{\Gamma\}^{t+1} + [C_1] \{\Gamma\}^t = -\{F_N\}^{t+1/2} \quad (22)$$

که در آن بردار  $\{\theta\}$  حالت پانل،  $\{\theta\} = \{q, \dot{q}\}$  و  $[D_2]$  و  $[D_1]$  ماتریس‌های توصیف‌کننده رفتار ساختاری پانل می‌باشد.  $[dM(q_n^t, q_s^t)]$  ماتریس جرم غیرخطی است که به واکنش ساختاری مربوط می‌گردد.  $[C_1]$  و  $[C_2]$  ماتریس‌های توصیف‌کننده نیروهای المان گردابی (چرخشی) روی ایر فویل-پانل می‌باشد.

نیروی غیرخطی بدون بعد به صورت زیر تعریف می‌شود [۹]:

$$F_N = F_K / \tau^2 + F_M / (m_p L^2)$$

یک رابطه خطی بین تغییر مکان عرضی ( $w$ ) در نقاط مشخص هر المان و واکنش پانل  $\{\theta\}$  عبارت‌است از [۹]:

$$\{w\} = [E] \{\theta\} \quad (23)$$

بنابراین، با ترکیب معادلات (۲۳) و (۲۲) می‌توان به معادله کامل حالت-مکان آيروالاستيك به فرم ماتریسی دست یافت:

$$\begin{bmatrix} A & -E \\ C_2 & D_2 + dM(q_n^t, q_s^t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Gamma \\ \theta \end{Bmatrix}^{t+1} + \begin{bmatrix} B & 0 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Gamma \\ \theta \end{Bmatrix}^t = \begin{Bmatrix} 0 \\ -F_N \end{Bmatrix}^{t+1/2} \quad (24)$$

مطابق با شرایطی که توسط تانگ و همکارانش تشریح شده-است، یک مدل آيرودینامیک با تصحیح استاتیکی شکل‌دهی می‌شود و در نتیجه مدل نهایی حالت-مکان آيروالاستيك توسط رابطه زیر ارائه می‌گردد [۱۳]:

یک رابطه بین تغییر مکان مجازی  $\delta u$  و  $\delta w$  می‌تواند با استفاده از شرایط انبساط‌ناپذیری به صورت زیر به دست‌آید [۹]:

$$\delta \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial w}{\partial x} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \delta \frac{\partial w}{\partial x} \quad (17)$$

با انتگرال‌گیری معادله (۱۷) و اعمال شرایط مرزی  $\delta w=0$  در  $x=0$  داریم:

$$\delta u = -\left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^3 \right) \delta w + \int_0^x \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \delta w dx \quad (18)$$

جایگذاری معادله (۱۸) در معادله (۱۴) و بکارگیری معادلات (۱۲) و (۱۵) و فرمول انتگرال‌گیری زیر:

$$\int_0^L g(x) \int_0^x f(x) \delta w dx dx = \int_0^L \left( \int_x^L g(x) dx \right) f(x) \delta w dx$$

منجر به معادله نهایی ساختاری حرکت به صورت زیر می‌شود:

$$m_p \ddot{w} + D \left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \left( 1 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) + 4 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^3 \right] - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \int_s^x m_p \left( \left( \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right) dx dx + \frac{\partial w}{\partial x} \int_0^x m_p \left( \left( \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right) dx = \Delta p \quad (19)$$

اکنون تغییر مکان عرضی،  $w$ ، را به صورت زیر بسط می‌دهیم:

$$w = \sum_m q_m(t) \phi_m(x) \quad (20)$$

که در آن  $\phi_m(x)$  تابع مد طبیعی تغییر مکان تیر یک سر گیردار می‌باشد. این توابع شرایط مرزی پانل یک سر گیردار را تأمین می‌کند.

جایگذاری معادله (۲۰) در معادله (۱۹) و با ضرب کردن در  $\phi_i(x)$  و انتگرال‌گیری از ۰ تا ۱، معادلات غیرخطی حرکت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$M_{ii} \ddot{q}_i + \sum_n \sum_r \sum_s M_{inrs} q_n \dot{q}_r \dot{q}_s + a_i^2 M_{ii} q_i + F_K + F_M = Q_i \quad (21)$$

که در آن  $q_i$  توسط  $L$  نرمالایز شده‌است. نیروی غیرخطی  $F_K$  به وسیله خمش غیرخطی پانل مهار شده، ایجاد می‌شود و  $F_M$  به اضافه  $\sum_n \sum_r \sum_s M_{inrs} q_n \dot{q}_r \dot{q}_s$  نیز ترم‌های اینرسی غیرخطی هستند.

$$F_K = \sum_n \sum_r \sum_s K_{inrs} q_n q_r q_s$$

پس از ساخت مدل موردنظر، مدل در تونل باد مدار باز دانشگاه صنعتی اصفهان واقع در پژوهشکده علوم و تکنولوژی زیردريا نصب گردید. همچنین، یک لوله پیتوت نیز در دهانه محفظه آزمایش تونل مذکور جهت اندازه‌گیری سرعت جریان نصب شد.

### شرح آزمایش

برای انجام آزمایش، قبل از هر چیز باید تونل راه‌اندازی شود. بنابراین، به‌نظر می‌رسد که نیاز به بیان توضیحاتی پیرامون تونل باد آزمایش می‌باشد.

### آشنایی با تونل باد مدار باز دانشگاه صنعتی اصفهان

تونل باد مدار باز مذکور، به‌همراه یک تونل مدار بسته نیمه‌تمام، در واحد علوم و تکنولوژی زیر دریا در دانشگاه صنعتی اصفهان واقع شده است. سال‌هاست که این تونل به‌صورت جدی و آزمایشگاهی مورد استفاده قرار نگرفته‌است. بنابراین، تجهیزات آن چندان کامل نمی‌باشد. تصویر این تونل در شکل ۴ آمده‌است.

این تونل دارای طول کلی ۱۱ m و بیشترین ارتفاع ۳/۸ m در ناحیه همگرای ورودی است. مقطع آن تا ناحیه ورودی دیفیوزر، مربعی و از انتهای دیفیوزر تا خروجی فن دایره‌ای است. بدنه تونل در تمامی قسمت‌ها از ورق فولادی به ضخامت ۴ mm بوده و جنس جداره‌های محفظه آزمایش نیز پلکسی گلاس شفاف می‌باشد. چهارده پایه عمودی آهنی بدنه تونل را به یک تیرآهن افقی متصل کرده که در هشت نقطه به زمین متصل است.

در کنار تونل یک اتاق کنترل برای بررسی و مشاهده وضعیت آزمایش و کنترل دور فن تعبیه شده‌است، به‌گونه‌ای که با قرارگیری در آن به‌خوبی می‌توان محفظه آزمایش را زیرنظر داشت.

فن تونل مذکور ساخت شرکت زیمنس آلمان به سال ۱۹۸۸ میلادی است. قطر کلی آن ۱۲۵۰ mm و دارای ۱۲ پره می‌باشد. این فن می‌تواند دبی معادل ۴۰ m<sup>3</sup>/s را در مقطع خود تأمین کند. بنابراین، سرعت سیال در محفظه آزمایش می‌تواند حداکثر تا حدود ۵۰ m/s افزایش یابد. همچنین، تقریباً تمام طول محفظه آزمایش در ناحیه مغشوش واقع شده‌است. با توجه به اینکه حداکثر مساحت مقطع مدل حدود پنج درصد اندازه مقطع محفظه است، می‌توان از مدلی به قطر معادل حداکثر ۲۲۷ mm، تحت عدد رینولدز  $Re_D = 55 \times 10^5$  (براساس شرایط استاندارد هوا) استفاده کرد. تونل مذکور از نوع سرعت کم با جریان تراکم پذیر است [۱۴].

مقطع محفظه آزمایش مربعی به ضلع ۹۰ cm بوده و طول آن ۲ m می‌باشد. مدل آزمایشی حاضر، در وسط تونل و لوله پیتوت نیز در فاصله ۱۰ cm از ابتدای محفظه آزمایش و در وسط عرض تونل نصب گردیده‌است.

$$\begin{bmatrix} I & -Y_{Ra}^T [I - A(A+B)^{-1}] E \\ C_2 X_{Ra} & D_2 + dM(q_n^j, q_s^j) + (C_2(A+B)^{-1} E) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_d \\ \theta \end{Bmatrix}^{t+1} + \begin{bmatrix} -Z_{Ra} & Y_{Ra}^T B(A+B)^{-1} E \\ C_1 X_{Ra} & D_1 + C_1(A+B)^{-1} E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_d \\ \theta \end{Bmatrix}^t = \begin{Bmatrix} 0 \\ -F_N \end{Bmatrix}^{t+1/2} \quad (25)$$

که در آن  $\gamma$  بردار مختصات مودال آیرودینامیک و  $\Gamma = X_{Ra} \gamma$  می‌باشد.

### ساخت مدل و روش انجام آزمایش

شکل ۲ مدل ایرفویل-پانل موردنظر را نشان می‌دهد. مدل از دو بخش اصلی تشکیل شده‌است:

۱- یک پانل آلومینیومی مستطیل‌شکل انعطاف‌پذیر با ضخامت ۰/۰۱۵۵ in (۰/۳۹ mm)، عرض ۵ in (۱۲۷ mm) و طول ۱۳/۵ in (۳۴۳ mm) که در معرض جریان آیرودینامیک قرار می‌گیرد و ارتعاشات آن مدنظر می‌باشد. بخشی از طول ابتدای پانل به‌اندازه ۳ in (۷۶/۳ mm) در بین دو نیمه قسمت میانی ایرفویل صلب محکم شده‌است.

۲- ایرفویل صلب که از جنس آلومینیوم با مقطع استاندارد

0015NACA ساخته شده‌است. وتر ایرفویل مذکور برابر با ۴ in (۱۰۱/۶ mm)، حداکثر ضخامت آن ۲۲ in (۵۱۵۹ mm) و طول مدل ۲۳/۶ in (۶۰۰ mm) می‌باشد. دو انتهای آن در بالا و پایین تونل باد به‌صورت عمودی ثابت شده‌است. پانل الاستیک مسطح در میان دهانه ایرفویل، در لبه فرار آن قرار گرفته‌است.

### مراحل ساخت مدل

اولین قدم در جهت ساخت مدل موردنظر، ساخت ایرفویل صلب با مقطع 0015NACA می‌باشد. از آنجا که ساختار ایرفویل جهت حصول نتایج دقیق بسیار حائز اهمیت است، پس از مطالعات اولیه برای دستیابی به دقت و صافی سطح مطلوب در ساخت مقطع مورد-نظر، روش وایرکات مناسب دیده‌شد. اما به‌دلیل اینکه ساخت یکپارچه ایرفویل به طول ۶۰۰ mm در داخل کشور امکان‌پذیر نبوده و از طرف دیگر، از آنجا که می‌بایست پانل الاستیک در بین دهانه ایرفویل قرارگیرد، تصمیم به ساخت ایرفویل به‌صورت سه تکه با طول‌های ۲۰۰ mm گرفته‌شد. جهت قراردادن پانل در میان لبه فرار ایرفویل، بخش میانی آن به‌صورت دو نیمه جدا از هم ساخته‌شد. بنابراین، به‌منظور یکپارچه‌سازی مدل و دستیابی به یک ایرفویل صلب، سوراخی مستطیل‌شکل به ابعاد ۸×۲۰ mm در طول ایرفویل زده‌شد تا بتوان با عبور یک میله آلومینیومی سه تکه ایرفویل را به-یکدیگر پیوند داد. طول میله با توجه به ابعاد محفظه آزمایش تونل باد مورد استفاده، برابر ۹۰۰ mm می‌باشد. همچنین، انتخاب مقطع مستطیلی بدلیل جلوگیری از چرخش میله در سوراخ بوده‌است. شکل ۳ اجزای تشکیل‌دهنده مدل را نشان می‌دهد.

## مشخصات لوله پیتوت

یکی از عیوب تونل باد مدار باز دانشگاه صنعتی اصفهان که آزمایش در آن انجام شده است، عدم وجود وسیله اندازه‌گیری سرعت جریان تونل می‌باشد که در آزمایش حاضر بسیار حائز اهمیت است. بدین جهت، از یک لوله پیتوت در این آزمایش استفاده شده است. همان‌طور که گفته شد، لوله پیتوت توسط نگهدارنده‌اش در فاصله ۱۰ cm از ابتدای محفظه آزمایش و در وسط عرض تونل نصب گردیده است.

جهت اندازه‌گیری سرعت جریان، لوله پیتوت مذکور به یک مانومتر U شکل متصل شده است. مایع داخل مانومتر دارای  $\gamma_{oil} = 0.18 \text{ (kg/m}^2 \text{ s}^2)$  می‌باشد. با اندازه‌گیری اختلاف ارتفاع سطح مایع در لوله U شکل مطابق رابطه زیر می‌توان سرعت جریان تونل را محاسبه کرد:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho_{air} u^2$$

و از آنجا که  $\Delta p = \gamma_{oil} \Delta h$ ، خواهیم داشت:

$$u = \sqrt{\frac{2\gamma_{oil} \Delta h}{\rho_{air}}}$$

از این روش برای محاسبه سرعت جریان تونل در آزمایش حاضر استفاده شده است.

## روش انجام آزمایش

برای بررسی ارتعاشات پانل دوبعدی در جریان محوری سه‌بعدی، پس از نصب مدل و لوله پیتوت در محل‌های مشخص شده، ابتدا سطح کف محفظه آزمایش به صورت شطرنجی به فواصل ۱ cm درجه‌بندی شد، به طوری که خط صفر که به صورت یک خط شکسته نمایان است، بر روی پانل در حالت سکون تنظیم شده است. بدین ترتیب، مقیاسی برای اندازه‌گیری دامنه نوسانات پانل به دست آمده است. سپس تونل مطابق روش ذکر شده در بخش قبل راه‌اندازی شد.

فرکانس فن در هر مرحله به اندازه ۱۰ Hz افزایش داده شد و همزمان با آن، اختلاف ارتفاع سطح مایع در لوله U شکل مانومتر مورد استفاده، قرائت و ثبت گردید. همچنین دامنه نوسانات لبه آزاد پانل از زیر محفظه آزمایش خوانده و ثبت شد و توسط یک دوربین فیلم‌برداری نیز نوسانات پانل ضبط گردید.

برای مشاهده پدیده نوسانات متناوب محدود (LCO) با دامنه بزرگ، فرکانس موتور را تا ۳۰ Hz در فواصل ۱۰ تایی افزایش داده و دامنه نوسانات لبه آزاد پانل، به‌دقت تصویربرداری و ثبت شد. پس از فرکانس ۳۰ Hz، از آنجا که سرعت به نسبت زیاد شده بود، این بار دامنه تا ۳۲ Hz به آرامی افزایش داده شد. ناگهان نوسانات پانل تشدید شده و دامنه نوسانات لبه آزاد پانل بشدت زیاد گردید. به عبارت دیگر، LCO با دامنه بزرگ حادث شد. بنابراین، برای یافتن دقیق‌تر فرکانس تشدید و در نتیجه سرعت بحرانی، بار دیگر فرکانس موتور را کاهش داده تا اینکه در فرکانس ۲۶ Hz، نوسانات متناوب

محدود (LCO) با دامنه بزرگ محو شد و دامنه نوسانات پانل بشدت کاهش یافت. پس از اینکه محدوده پدید آمدن نوسانات متناوب محدود (LCO) با دامنه بزرگ تعیین شد، بار دیگر فرکانس موتور تا ۳۰ Hz افزایش داده شد. سپس به آرامی روند افزایش را ادامه داده تا اینکه در فرکانس حدود ۳۱ Hz، ارتعاشات پانل دومرتبه تشدید یافت و پدیده نوسانات متناوب محدود (LCO) با دامنه بزرگ مشاهده شد.

پس از آن، در حالی که فرکانس موتور و در نتیجه سرعت جریان تونل ثابت بود، شروع به فیلم‌برداری از نوسانات پانل شد، اما هنوز یک دقیقه هم طول نکشیده بود که ناگهان پانل از ناحیه اتصال به ایرفویل صلب دچار شکستگی شد. در نتیجه به دلیل عدم تجهیز تونل به توری سیمی، پانل به فن برخورد کرده، در آن گیر کرد. بنابراین، آزمایش به پایان رسید و تونل خاموش گردید.

نتایج حاصل به همراه تحلیل آن، به تشریح در ادامه آمده است. همچنین، برای مقایسه و فهم بهتر از نتایج تحلیل تئوری استفاده شده است.

## نتایج تئوری و آزمایش

برای انجام محاسبات فعلی، پانل آلومینیومی (جنس ۷۰۷۵) با مشخصات زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$v = 0.3, E = 7.2 \times 10^9 \text{ kg/m}^2, \rho_m = 2.48 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$L_0 = 0.1 \text{ m}, L = 0.127 \text{ m}$$

برای ساختار ایرفویل از طریق یک اندازه‌گیری استاندارد برابر ۰/۰۵ به دست می‌آید. برای دستیابی به پارامترهای آیرودینامیک، مجموعه ایرفویل-پانل با استفاده از ۳۰۰ المان چرخشی مدلسازی شده است، یعنی:  $K_m = 60$  و  $K_n = 5$ . دنباله لژ نیز با استفاده از ۳۰۰ المان چرخشی مدل شده است، پس:  $K_{mm} = 120$ . بنابراین، تعداد کل المان های چرخشی (با درجه آزادی آیرودینامیک) برابر با ۶۰۰ است.

ضریب رهایی چرخش برابر  $\alpha = 0.992$  در نظر گرفته شده است. مطالعات مشابهی نیز جهت تعیین تعداد مدهای ساختاری و المان های چرخشی مورد نیاز این آنالیز، انجام شده است [۹].

برای درک بهتر از رابطه بین تئوری و آزمایش در اولین قدم، تحقیقات عددی چندی بر روی واکنش غیرخطی ساختاری و نیز مرز ارتعاشات خطی انجام گرفته است.

## آنالیز عددی مقدماتی

### واکنش غیرخطی تاشی از نیروی تحریک

در این مورد، نیروی آیرودینامیک کنار گذاشته می‌شود و یک نیروی هارمونیک  $f \phi_i(1) \cos(\omega t)$  در لبه آزاد پانل با دامنه ثابت  $(f = 0.1)$  قرار داده می‌شود. یکصد فرکانس تحریک  $(\omega)$  از ۲۵ تا ۳۵ Hz (نزدیک دومین فرکانس طبیعی) با  $\Delta \omega = 0.1$  Hz در نظر

نیز یک ترسیم مکان‌هندسی ریشه‌ها با استفاده از تمام مدهای ویژه

31	30	29	فرکانس موتور (Hz)
57	55	53	اختلاف ارتفاع سطح مایع ( $\Delta h$ ) (mm)
27/3	26/8	26/3	سرعت جریان ( $u$ ) (m/s)
3	3	2	دامنه LCO کوچک (mm)
86	83	75	دامنه LCO بزرگ (mm)

آیرودینامیک و یک مدل آیرودینامیک با مرتبه کاهش یافته را برای سیستم متداول خطی مجموعه ایرفویل-پانل نشان می‌دهد. مقدار منفی بخش حقیقی هر یک از مقادیر ویژه، متناظر با میرایی مثبت می‌باشد.

محل تقاطع نمودار میرایی با محور سرعت در  $u=29/5$  m/s است که سرعت لرزش بحرانی با استفاده از تمام مدهای آیرودینامیک می‌باشد ( $Re=600$ ). همچنین، فرکانس ارتعاشات نظیر این نقطه برابر با  $\omega = 22/5$  Hz می‌باشد. نتایج حاصل از به‌کارگیری یک مدل آیرودینامیک کاهش یافته همراه با یک تصحیح استاتیکی و در نظر گرفتن تنها ۱۱ مد ویژه آیرودینامیک ( $Re=11$ ) یا به عبارت دیگر، اولین ۱۱ مد ویژه اولین دسته از مقادیر ویژه آیرودینامیک، توسط علامت  $\circ$  در نمودار ۶ نشان داده شده است. سرعت و فرکانس ارتعاشات حاصل از به‌کارگیری مدل آیرودینامیک کاهش یافته با نتایج حاصل از مدل آیرودینامیکی شامل تمام مدهای ویژه کاملاً یکسان است.

جهت در نظر گرفتن اثرات تعداد توابع مودال ساختاری،  $n_x$  روی سرعت و فرکانس بحرانی ارتعاش، محاسبات مقدار ویژه آیروالاستیک دیگری نیز جهت  $n_x=2$  و  $n_x=3$  به عمل آمده است. نتایج در شکل (b) و (a) برای سرعت و فرکانس ارتعاش بر حسب تعداد مد نشان داده شده است. هرگاه  $n_x \geq 3$ ، سرعت ارتعاش همان گونه که  $n_x$  افزایش می‌یابد اندکی صعود می‌کند و همگرایی خوبی حاصل می‌شود. برای مدل حاضر  $n_x=3$  کفایت می‌کند [۹].

## نتایج تئوری و آزمایش نوسانات متناوب محدود (LCO)

### نتایج آزمایش LCO

همان‌طور که در بخش شرح آزمایش گفته شد، پس از راه‌اندازی تونل فرکانس در بازه‌های ۱۰ Hz افزایش داده شد و اختلاف ارتفاع سطح مایع در لوله U شکل و دامنه نوسانات لبه آزاد پانل ثبت گردید. نتایج در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱- نتایج آزمایش

گرفته می‌شود. در هر فرکانس، بازه زمانی گذرا محاسبه می‌شود تا سیستم به یک واکنش پایدار دست‌یابد. معمولاً بازه زمانی گذرا در حدود  $s = 20$  به طول می‌انجامد (یک بازه زمانی  $dt=(1 \div 2048)$  s مورد استفاده قرار می‌گیرد). بازه زمانی یک ثانیه آخر جهت محاسبه دامنه نوسان استفاده می‌شود. برای فرکانس بعدی ( $\Delta \omega$  بیشتر)، شرایط اولیه‌ای به کار می‌رود که در حالت قبل ایجاد شده است. این پروسه از نظر زمانی تا هنگامی که فرکانس به  $\omega = 35$  Hz برسد، پیوسته است.

دامنه بدون بعد نوسانات لبه آزاد ( $w/L$ )، بر حسب فرکانس تحریک ( $\omega$ ) در شکل (a)  $\Delta$  با خط پر نشان داده شده است، که در آن فرکانس حداکثر برابر  $27/9$  Hz می‌باشد. این فرکانس از دومین فرکانس طبیعی کوچکتر است. در نزدیکی  $\omega = 27/9$  Hz یک پرش دیده می‌شود. به منظور در نظر گرفتن آثار غیرخطی جرم و سختی بر روی واکنش، همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، چندین مورد مختلف در نظر گرفته شده است. خط شکسته نتایج خطی را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، در این حالت تمامی آثار غیرخطی حذف شده است. این حالت دارای بیشترین دامنه می‌باشد و فرکانس حداکثر نظیر برابر دومین فرکانس طبیعی است. خط تیره نتایج حاصل از در نظر گرفتن تنها آثار غیرخطی سختی را نشان می‌دهد ( $F_M = dm = F_k = 0$ ). در این مورد، فرکانس حداکثر برابر با  $29/3$  Hz می‌باشد. این فرکانس بیشتر از فرکانس سیستم خطی است. بار دیگر، یک پرش در نزدیکی  $\omega = 29/3$  Hz رخ می‌دهد، اما این واکنش از پرش حالت خطی کمتر است. خط تیره-نقطه نتایج مربوط به در نظر گرفتن تنها آثار غیرخطی اینرسی جرمی را نشان می‌دهد ( $F_k = 0$ ). فرکانس حداکثر برابر  $27/6$  Hz می‌باشد. همچنین یک پرش نزدیک  $\omega = 27/6$  Hz دیده می‌شود و دامنه کوچکتر در این محدوده فرکانس کوچکتر است. همان‌طور که در شکل (a)  $\Delta$  نشان داده شده، اثرات غیرخطی جرم و سختی در محدوده فرکانس نزدیک به دومین فرکانس طبیعی چشمگیر است.

نمودار زمان نوسانات پایدار یک ثانیه آخر هر فرکانس تحریک در شکل (b)  $\Delta$  نشان داده شده است. محور زمان (از ۰ تا ۶۰ s) در شکل نظیر محدوده فرکانس ۲۶ تا ۳۲ Hz می‌باشد. یک پرش کاملاً آشکار در دامنه در فرکانس  $\omega = 27/9$  Hz به چشم می‌خورد.

### مرز ارتعاشات مدل آیروالاستیک خطی

هنگامی که نیروهای غیرخطی ساختاری  $F_N$  و  $dm$ ، در معادله (۲۴) یا (۲۵) برابر صفر فرض شود، یک مدل آیروالاستیک خطی به دست می‌آید. مقادیر ویژه آیروالاستیک به دست آمده از حل این معادلات، پایداری سیستم را تعیین می‌کند. هنگامی که بخش حقیقی یکی از مقادیر ویژه مثبت گردد، کل سیستم ناپایدار می‌شود. شکل (a)  $\Delta$  یک نمونه نمایش گرافیکی از آنالیز ویژه، به صورت بخش حقیقی مقادیر ویژه (میرایی) بر حسب سرعت جریان و

28	25	20	۱۰	فرکانس موتور (Hz)
49	38	24	۵	اختلاف ارتفاع سطح مایع ( $\Delta h$ ) (mm)
25/3	22/3	17/7	۸/۱	سرعت جریان ( $u$ ) (m/s)
1	1	1	ناچیز	دامنه LCO کوچک (mm)
60	-	-	-	دامنه LCO بزرگ (mm)

می‌باشد. همان‌طور که در بخش‌های مختلف مقاله اشاره شده‌است، این اختلاف سرعت (که چندان هم زیاد نمی‌باشد) می‌تواند ناشی از عوامل زیر باشد:

از یک طرف، بدنه تونل مذکور به دلیل عدم تعمیر و نگهداری دوره‌ای دارای ارتعاش می‌باشد که به نوبه خود بر روی نتایج آزمایش مؤثر است. این لرزش‌ها عمدتاً در ناحیه تیرآهن‌های روی زمین (مخصوصاً در زیر ناحیه موتور فن) است. همچنین، محفظه آزمایش باید از لحاظ ورود مستقیم هوا از محیط به آن، عایق‌بندی گردد که در تونل مورد آزمایش، این امر محقق نگردیده است. در محفظه آزمایش این تونل، عدم وجود شبکه لانه زنبوری به چشم می‌خورد. چراکه با بکارگیری این شبکه نوسانات سرعت کاهش یافته، موجب یکنواختی بیشتر پروفیل سرعت ورودی به نازل می‌شود. محفظه آزمایش همواره باید تمیز نگه‌داشته‌شود، اما باز هم به دلیل عدم تعمیر و نگهداری دوره‌ای مناسب محفظه آزمایش مذکور بسیار کدر و کثیف می‌باشد که سبب عدم رؤیت کافی مدل شده‌است و به نوبه خود بر نتایج آزمایش مؤثر است.

از طرف دیگر، با توجه به مراحل ساخت مدل و امکانات موجود، به دلیل ضخامت بسیار کم پانل الاستیک ( $0.39 \text{ mm}$ ) در طول مراحل مختلف برشکاری، سوراخکاری و مونتاژ اندکی دچار اعوجاج شده که خود از عوامل مهم این اختلاف سرعت است. همچنین، جنس پانل الاستیک اگرچه از آلومینیم است اما ممکن است کاملاً مشابه پانل مورد استفاده تانگ و دوئل نباشد.

همچنین، ابعاد اتاقک تست تونل باد دانشگاه صنعتی اصفهان  $90 \text{ cm} \times 90 \text{ cm}$  است و نوسانات بزرگ صفحه الاستیک بر سرعت تونل باد اثر نمی‌گذارد.

اما آنچه که حائز اهمیت است، این است که روند کلی نمودار (و حتی دامنه نوسانات پانل) کاملاً یکسان بوده و در نتیجه نتایج آزمایش انجام شده با نتایج تئوری و آزمایشات تانگ و دوئل کاملاً مطابقت دارد که به تفصیل در طول این مقاله تشریح شده‌است.

### نتایج تئوری LCO

جهت محاسبه واکنش غیرخطی این سیستم آیرودینامیک از یک روش زمانی گسسته استاندارد با بکارگیری مدل آیرودینامیک کامل،

همان‌طور که دیده می‌شود، دامنه نوسانات پانل تا فرکانس  $30 \text{ Hz}$  با افزایش سرعت جریان، به‌کندی افزایش می‌یابد. به‌هر حال در این حالت دامنه بسیار کم بوده، پانل به‌آرامی ارتعاش می‌کند. این نوسانات متناوب با دامنه محدود را "LCO با دامنه کوچک" می‌نامند. شکل‌های ۸ تا ۱۰ این نوسانات را در سرعت‌های  $25/3$ ،  $26/3$ ،  $26/8 \text{ m/s}$  نشان می‌دهد.

هنگامی که سرعت دوران موتور محرک تونل باد بیشتر شود و متقابلاً سرعت تونل باد تا حدود  $27 \text{ (m/s)}$  افزایش یابد، ناگهان دامنه LCO بسیار بزرگ می‌شود، به‌طوری که از  $3 \text{ mm}$  به  $86 \text{ mm}$  می‌رسد. شکل ۱۱ نشانگر واکنش پانل در  $u=27/3 \text{ m/s}$  است که در آن دامنه نوسانات پانل بشدت زیاد شده‌است. این نوسانات متناوب با دامنه محدود را "LCO با دامنه بزرگ" نامیده‌اند.

اکنون سرعت دورانی موتور کاهش می‌یابد، یعنی  $u$  نقصان پیدا می‌کند و دوباره از پانل عکس گرفته می‌شود. شکل‌های ۱۲ و ۱۳ واکنش پانل را در سرعت‌های  $26/8$  و  $26/3 \text{ m/s}$  نشان می‌دهد. از نمودارهای ۱۱ تا ۱۳ می‌توان استنتاج نمود که، همان‌طور که  $u$  کاهش می‌یابد، دامنه نیز کاهش پیدا می‌کند. سرانجام، زمانی که  $u$  از  $25/3 \text{ m/s}$  پائین‌تر بیاید، LCO با دامنه بزرگ ناپدید می‌شود. این واکنش نوسانی غیرخطی یک ویژگی اساسی این پدیده است.

پس از آن جهت یافتن دقیق محدوده LCO با دامنه بزرگ و سرعت بحرانی، بار دیگر فرکانس موتور و در نتیجه سرعت جریان را افزایش داده تا اینکه در  $u=27/3 \text{ m/s}$  نوسانات متناوب با دامنه بزرگ آغاز شد. اما یک دقیقه هم طول نکشید که پانل از محل اتصال به ایرفویل شکسته شد. علت این پدیده، آن است که با بروز ارتعاشات غیرخطی که پس از LCO با دامنه بزرگ رخ می‌دهد، خستگی سبب شکست پانل می‌گردد. همچنین، ناحیه شکست به دلیل اعمال گشتاور ماکزیمم در لبه فرار ایرفویل می‌باشد. پس از جداشدن پانل از لبه ایرفویل، به دلیل عدم تجهیز تونل باد آزمایش به توری سیمی، پانل به فن برخورد کرده، در بین پره‌های آن گیر کرد. شکل ۱۴ محل جداشدن پانل را نشان می‌دهد.

همچنین در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ نیز تصویر پانل پس از شکسته‌شدن و گیر کردن در فن آمده‌است. رابطه بین دامنه نوسانات لبه آزاد پانل و سرعت جریان تونل در نمودار ۱۷ آورده شده‌است. جهت مقایسه و صحت نتایج، رابطه بین دامنه نوسانات لبه آزاد پانل و سرعت جریان تونل حاصل از آزمایشات تانگ و دوئل، در نمودار ۱۸ آورده شده‌است.

همان‌طور که از نمودارهای ۱۷ و ۱۸ مشهود است، نتایج بدست آمده در آزمایش مذکور با نتایج آزمایشات تانگ و دوئل کاملاً تطابق دارد. به‌طوری که روند کلی هر دو نمودار کاملاً یکسان است، بویژه اینکه دامنه نوسانات در هر دو آزمایش صد در صد یکسان می‌باشد. تنها تفاوتی که به‌نظر می‌رسد در سرعت جریان (محور افقی)



معادله (۲۴)، و نیز مدل آیرودینامیک کاهش یافته، معادله (۲۵) استفاده شده است. محاسبات واکنش با بکارگیری مدل آیرودینامیک کامل، به دلیل زمان پردازش طولانی که با کمک ابر کامپیوتر 916T در مرکز North Carolina Supercomputing Center صورت گرفته است، بسیار پرهزینه می باشد [۹]. به دلیل آثار غیرخطی اینرسی، ماتریس جرم در معادله (۲۵) ثابت (مستقل از زمان) نیست. بنابراین، باید این ماتریس در هر بازه زمانی محاسبه و معکوس شود. به هر حال، مدل آیرودینامیک کاهش یافته، این محاسبات را عملی می سازد. مزیت دیگر بکارگیری این مدل کاهش یافته این است که از واگرایی عددی در محدوده سرعت های بالا تا زمانی که از  $dt$  کوچک استفاده شود، جلوگیری می کند. این امر به دلیل این است که در این مورد، بازه زمانی  $dt$  می تواند به قدری کوچک انتخاب شود که پایداری عددی هر المان  $dx$  در مدل آیرودینامیکی اصلی تضمین گردد (برخلاف مدل شبکه چرخشی اصلی که جهت حفظ پایداری عددی نیازمند تغییر در هر دو المان  $dx$  و  $dt$  می باشد).

برای منظور داشتن اثرات تعداد توابع مودال ساختاری مورد نیاز در آنالیز،  $n_x$  بر رفتار نوسانات متناوب محدود و فرکانس LCO، محاسبات دیگری برای واکنش LCO با  $5$  و  $4$  و  $n_x=2$  با استفاده از مدل آیرودینامیک کاهش یافته همراه با مدهای ویژه آیرودینامیک به عمل آمده است. نتایج در شکل (a,b) 19 برای دامنه ماکزیمم بی بعد،  $W/L$  در لبه آزاد پانل الاستیک و همچنین، برای فرکانس LCO در مقابل تعداد مدها نشان داده شده است. همان طور که تعداد مدها ساختاری افزایش پیدا می کند، دامنه LCO برای سرعت جریان داده شده، اندکی کاهش می یابد. این امر به خاطر آن است که سرعت ارتعاشات خطی زمانی که  $n_x$  افزایش می یابد، قدری زیاد می شود. هنگامی که  $n_x \geq 3$ ، دامنه ماکزیمم و فرکانس LCO همگرایی خوبی را نشان می دهند [۹].

## ارتباط تئوری و تجربی برای ارتعاشات و نوسانات متناوب محدود

نتایج تئوری با استفاده از مدل آیرودینامیک کاهش یافته همراه با  $11=Ra$  و تعداد مدهای ساختاری  $3=n_x$  به دست آمده است. سرعت جریان در شروع ارتعاش (LCO) تطابق بسیار خوبی بین تئوری و آزمایش نشان می دهد. به هر حال، واکنش های LCO به خودی خود تفاوت های عمده ای بین نتایج محاسبه شده و اندازه گیری شده را نشان می دهند.

با افزایش سرعت جریان، دامنه واکنش تئوری نیز افزایش می یابد ولی در  $u=30$  m/s هیچ جهشی مطابق آنچه که در آزمایش دیده شد، حاصل نشد. همچنین، در محاسبات تئوری هیچگونه پدیده هیستریک آنگونه که از طریق آزمایش مشاهده گردید، دیده نشد. این امر به این دلیل می تواند باشد که تئوری آیرودینامیک خطی که در اینجا به کار برده شده است، نیروهای آیرودینامیک را برای این حرکت ساختاری به این بزرگی به حساب نمی آورد. تئوری آیرودینامیک شبکه گردابی غیرخطی که توسط کانستانتینوپولوس و همکارانش (Konstadinopoulos) [۱۵] و مراسک و همکارانش (Mracek) [۱۶] ارائه شده است، می تواند و شاید می بایست در این مورد در نظر گرفته شود. آشکار است که اثرات غیرخطی ساختاری به تنهایی برای تشریح نتایج تجربی جهت LCO با دامنه بزرگ کافی نیست.

زمانی که تغییر مکان عرضی پانل (خمش) نسبت به وتر آن،  $W/L$ ، بمراتب کمتر از ۱ است، از آنالیز ابعادی و مرتبه بزرگی فهمیده می شود که آثار غیرخطی آیرودینامیک باید جزئی و قابل اغماض باشند (رجوع کنید به مراجع [۱۵] و [۱۶]). هنگامی که آثار غیرخطی ساختاری، برای ایجاد  $W/L$  به اندازه کافی کوچک باشد، (برای مثال برای LCO با دامنه کوچک) می توان انتظار داشت که غیرخطی های آیرودینامیکی کم اهمیت است. البته، نمی توان قبل از مطالعه چیزی دانست که آیا  $W/L$  به اندازه کافی کوچک است یا نه. تطابق خوبی بین تئوری و تجربه برای شکل سه بعدی LCO حاصل می شود. به عبارت دیگر شکل سه بعدی ارتعاش LCO تحت گستره دومین مد خمشی در طول وتر می باشد، همان طور که در شروع ارتعاش نیز همین مد غالب بود [۱۷].

## نتیجه گیری و پیشنهادات

معادلات غیرخطی حرکت برای پانل های دوبعدی یک سر گیردار در لبه حمله خود در یک جریان مادون صوت سه بعدی با استفاده از

معادله (۲۴)، و نیز مدل آیرودینامیک کاهش یافته، معادله (۲۵) استفاده شده است. محاسبات واکنش با بکارگیری مدل آیرودینامیک کامل، به دلیل زمان پردازش طولانی که با کمک ابر کامپیوتر 916T در مرکز North Carolina Supercomputing Center صورت گرفته است، بسیار پرهزینه می باشد [۹]. به دلیل آثار غیرخطی اینرسی، ماتریس جرم در معادله (۲۵) ثابت (مستقل از زمان) نیست. بنابراین، باید این ماتریس در هر بازه زمانی محاسبه و معکوس شود. به هر حال، مدل آیرودینامیک کاهش یافته، این محاسبات را عملی می سازد. مزیت دیگر بکارگیری این مدل کاهش یافته این است که از واگرایی عددی در محدوده سرعت های بالا تا زمانی که از  $dt$  کوچک استفاده شود، جلوگیری می کند. این امر به دلیل این است که در این مورد، بازه زمانی  $dt$  می تواند به قدری کوچک انتخاب شود که پایداری عددی هر المان  $dx$  در مدل آیرودینامیکی اصلی تضمین گردد (برخلاف مدل شبکه چرخشی اصلی که جهت حفظ پایداری عددی نیازمند تغییر در هر دو المان  $dx$  و  $dt$  می باشد).

برای منظور داشتن اثرات تعداد توابع مودال ساختاری مورد نیاز در آنالیز،  $n_x$  بر رفتار نوسانات متناوب محدود و فرکانس LCO، محاسبات دیگری برای واکنش LCO با  $5$  و  $4$  و  $n_x=2$  با استفاده از مدل آیرودینامیک کاهش یافته همراه با مدهای ویژه آیرودینامیک به عمل آمده است. نتایج در شکل (a,b) 19 برای دامنه ماکزیمم بی بعد،  $W/L$  در لبه آزاد پانل الاستیک و همچنین، برای فرکانس LCO در مقابل تعداد مدها نشان داده شده است. همان طور که تعداد مدها ساختاری افزایش پیدا می کند، دامنه LCO برای سرعت جریان داده شده، اندکی کاهش می یابد. این امر به خاطر آن است که سرعت ارتعاشات خطی زمانی که  $n_x$  افزایش می یابد، قدری زیاد می شود. هنگامی که  $n_x \geq 3$ ، دامنه ماکزیمم و فرکانس LCO همگرایی خوبی را نشان می دهند [۹].

برای این که نسبت به LCO بینش بیشتری حاصل شود، ترم های غیرخطی اینرسی جرمی کنار گذاشته شده است و فقط آثار غیر خطی سختی ساختاری در نظر گرفته شده است، یعنی در معادله (۲۵)  $DM = F_M = 0$ . نتایج در شکل 20 نشان داده شده است. چنین استنباط می شود که سیستم هنوز برای همان سرعت جریان دارای نوسان متناوب با دامنه محدود پایدار می باشد. اکنون دامنه جذر میانگین مربعات بی بعد ( $W/L$ ) در لبه آزاد پانل برابر  $0.1065$  است، در مقابل دامنه  $0.1052$  در هنگامی که هم اثرات غیرخطی سختی و هم اینرسی در نظر گرفته شده بود. فرکانس LCO برابر  $22/67$  Hz می باشد که اندکی بالاتر از فرکانس لرزش خطی است. آشکار است که با در نظر گرفتن فقط آثار غیرخطی سختی ساختاری منجر به دامنه LCO بزرگتر از زمانی می گردد که هم آثار غیرخطی جرم و هم سختی در نظر گرفته شده بود. ترم های غیرخطی اینرسی جرمی فقط یک نیروی اضافی ایجاد نمی کنند بلکه یک نیروی

روش انرژی استخراج شده‌اند که در آن هم آثار غیرخطی سختی و هم اینرسی در نظر گرفته شده‌اند. همچنین در این آنالیز از یک مدل آیرودینامیک سه‌بعدی و خطی استفاده شده‌است.

این اولین تحقیقی است که شامل یک مدل آیرودینامیک سه بعدی، جهت بررسی ارتعاشات پانلی که در لبه حمله‌اش در یک مجموعه با مدل ساختاری غیرخطی محکم شده‌است، می‌باشد. به عبارت دیگر، همان کار سیملر و پایروسیس برای یک ساختار صفحه ای است [۱۱]. نتایج تئوری و هم تجربی نشان می‌دهند که مد ارتعاش و LCO تحت تسلط دومین مد خمشی پانل می‌باشد. این نتایج از نقطه نظر کیفی با نتایج کار قبلی توسط کرنکی [۳]، هوانگ [۴] و شایو [۵] که با بکارگیری تئوری خطی هم برای ساختار و هم برای جریان آیرودینامیک دوبعدی انجام شده‌است، سازگاری دارد.

تئوری و آزمایش در مورد سرعت جریانی که در آن ارتعاش و LCO شروع می‌شود کاملاً با هم تطابق کمی دارند [۱۸]. در مقابل، محاسباتی که از تئوری آیرودینامیک تقریبی تر بهره می‌گیرد یعنی تئوری دوبعدی، هماهنگی کمی خوبی با آزمایش برای شروع ارتعاش ندارند [۱۹].

یک نوسان متناوب با دامنه محدود زمانی مشاهده می‌شود که سرعت جریان تا سرعتی بیش از سرعت حد ارتعاش خطی افزایش یابد. همانطور که سرعت جریان افزایش می‌یابد، دامنه LCO تئوری افزوده می‌شود و فرکانس LCO کاهش می‌یابد ولی LCO تجربی در صورتی بیش از یک سرعت جریان معین در دامنه دارای جهش بزرگی است و پدیده هیستریک LCO هم مشاهده شده است، هیچکدام از آنها در مدل تئوری آیرودینامیک غیر خطی حاضر، ساختاری و در عین حال تجربی آیرودینامیک حاضر، یافت نمی‌شود. رفتار دینامیکی LCO در اصل یک نوسان هارمونیک می‌باشد که هم از نقطه نظر تئوری و هم تجربی مشاهده می‌شود. برای مدل تئوری حاضر، هم آثار غیر خطی سختی و هم اینرسی در LCO حاضر می‌باشد. بهر حال، آثار غیر خطی اینرسی نسبتاً چشمگیرتر است.

تصور می‌شود که تفاوت‌های عمده مشاهده شده بین تئوری و آزمایش در زمینه واکنش LCO بزرگ پیامد وجود آثار غیر خطی آیرودینامیک باشند، نه مدلسازی انجام شده در تئوری حاضر. یک مدل اصلاح شده‌تر متضمن تمام اثرات غیرخطی آیرودینامیک خواهد

## مراجع

بود. در اینجا کار موک و همکارانش، می‌تواند به عنوان پایه و اساس چنین مدلی مورد استفاده قرارگیرد. همچنین بکارگیری یک مدل آزمایش کوچکتر یا تونل باد بزرگتر برای کاهش تغییر در جریان سرعت متوسط تونل باد بعلاوه LCO مطلوب است، گرچه هر یک از این احتمالات، مشکلات عملی را مطرح می‌کنند. ملاحظه می‌شود که حتی نوسانات کوچکتر LCO محاسبه شده توسط تئوری اخیر ظاهراً در بسیاری از کاربردهای طراحی قابل قبول نیست.

امید و در حقیقت انتظار این بوده‌است که برای گستره‌ای از سرعت‌های جریان بیش از شروع ارتعاش، آثار غیرخطی ساختاری غالب خواهدبود و غیر آثار غیرخطی آیرودینامیک را می‌توان نادیده گرفت. اکنون مشخص شده‌است که گستره‌ی سرعت‌های جریان که آثار غیرخطی آیرودینامیک را می‌توان در آن نادیده گرفت، کاملاً کوچک است. بنابراین واضح است که اگر قرارباشد LCO که از نقطه نظر تئوری برای گستره قابل توجهی از سرعت‌های بیش از سرعت شروع ارتعاش و LCO مدل‌سازی شود، آثار غیرخطی آیرودینامیک را باید شامل شود. این یک نتیجه‌گیری عاقلانه است زیرا مدل‌سازی آثار غیرخطی آیرودینامیک، یک چالش بمراتب بزرگتری نسبت به مدل‌سازی آثار غیرخطی ساختاری است. بهر حال، مرحله بزرگ دیگری باقی می‌ماند که در صورتی برداشته می‌شود که نوسانات LCO با دامنه بزرگ دیده شده در آزمایش، از نقطه‌نظر تئوری با بکارگیری یک مدل آیرودینامیک غیرخطی مدل‌سازی شود.

عدم توان کنترل فرکانس موتور و در نتیجه سرعت جریان تونل در حد بالا، سبب بروز ارتعاشات غیرخطی و در نهایت شکست پانل گردید. بنابراین، به نظر می‌رسد در صورتی که بتوان سرعت جریان را با دقت بیشتری کنترل نمود، امکان جلوگیری از ایجاد این ارتعاشات غیرخطی بوجود آید. همچنین، پیشنهاد دیگر آنست که از مد اول و مرحله تشدید به سرعت عبور کرد تا با بروز مد دوم نوسانات بار دیگر کاهش یابد.

استفاده از جک جهت ایجاد دمپر و میرایی ارتعاش و در نتیجه جلوگیری از شکست پانل در کاربردهای عملی ممکن به نظر می‌رسد. همچنین، بکارگیری مواد هوشمند نیز می‌تواند در کنترل ارتعاشات مفید واقع شود. ادامه و پیگیری این موارد، به همراه بررسی اشکال دیگر پانل و بهبود روش عکسبرداری و نیز رفع عیوب تونل مذکور، بر عهده آیندگان است که نتایج حائز اهمیتی بدنبال دارد.

uniform incompressible flow. Journal of Sound and VIBRATION 47, 163-178.

[4].Huang, L.,1995. Flutter of cantilevered plates in axial flow. Journal of Fluids and Structures 9,127-147.

[5].Shayo, L.K., 1980. Stability of cantilever panels in uniform incompressible flow. Journal of Sound and Vibration 68, 341-350.

[6].Tang, D.M., Dowell, E.H., 2001b. Limit cycle oscillations of two-dimensional panels in low subsonic

[1].Doggett, R.V.,solstmann,D.L.,1989.Some low-speed flutter characteristics of simple low-aspect-ratio delta wing models. NASA TM 101547.

[2].Tang, D.M., Herry, J.K., Dowell, E.H., 1999. Limit cycle oscillations of delta wing models in low subsonic flow. AIAA Journal 37, 1335-1362.

[3].Kornecki, A., Dowell, E.H., O'Brien, J., 1976. On the aeroelastic instability of two-dimensional panels in

[14].A. Sedaghat, J.E. Cooper, A.Y.T. Leung, and J.R. Wright, 'Linear flutter prediction using symbolic programming', International Conference on the Integrating of Dynamics, Monitoring and Control (DYMAC 99), 37-42, 1999.

[15].Konstadinopoulos, A., Thrasher, D.F., Mook, D.T., Nayfen, A.H., Watson, L., 1985. A vortex-lattice method for general unsteady aerodynamics. Journal of Aircraft 22, 43-49.

[16].Mracek, C.P., Kim, K.L., Mook, D.T., 1992. Three-dimensional potential flows by a vorticity-panel method. Computers and Fluids 21, 31-42.

[17].L. Liu, Y.S. Wong & B.H.K. Lee, 'Application of the Center Manifold Theory in Non Linear Aeroelasticity' Int. Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics 1995 pp 533-542.

[18].R. L. Bisplinghoff, H. Ashley, R. L. Halfman, Aeroelasticity, Dover Science Publishers, 1996.

[19].A. Sedaghat, J. E. Cooper, A. Y. T. Leung and J. R. Wright, "Estimation of the HOPF Bifurcation Point for Aeroelastic Systems, Journal of Sound and Vibration, 248(1), 2001 , p. 31-42.

flow. International Journal of Nonlinear Mechanics 37, 1199-1209.

[7].Taneda, S., 1968. Waving motions of flag. Journal of the Physical Society of Japan 24, 392-401.

[8].Yadykin, Y., Tenetov, V., Levin, D., 2000. The drag of a flexible strip hanging vertically in a parallel flow. AIAA Paper 2000-4228.

[9].D.M. Tang, H. Yamamoto, E. H. Dowell, "Flutter and limit cycle oscillations of two-dimensional panels in three-dimensional axial flow," J. of Fluids and Structures, 17, 2003, 225-242.

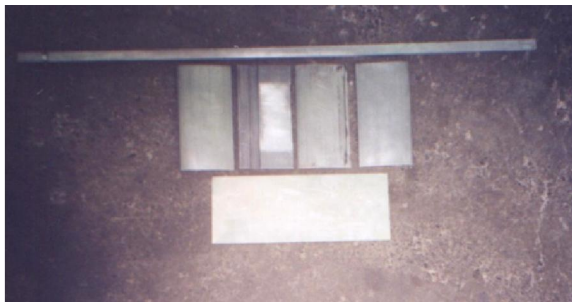
[10].Joseph, K., Allen, P., 1991. Low-Speed Aerodynamics, McGraw-Hill, Inc. New York, p.297.

[11].Semler, C., Paidoussis, M.P., 1994. The nonlinear equations of motion of pipes conveying fluid. Journal of Sound and Vibration 169, 577-599.

[12].Paidoussis, M.P., 1998. Fluid-Structure Interactions. Slender Structures in Axial Flow, Vol. 1. Academic Press, London.

[13].E.H. Dowell, H.C. Curtiss Jr, R.H. Scanlan and F. Sisto, 1989, A Modern Course in Aeroelasticity, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

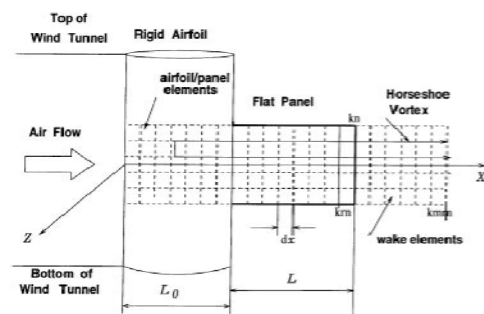
## شکل‌ها و نمودارها



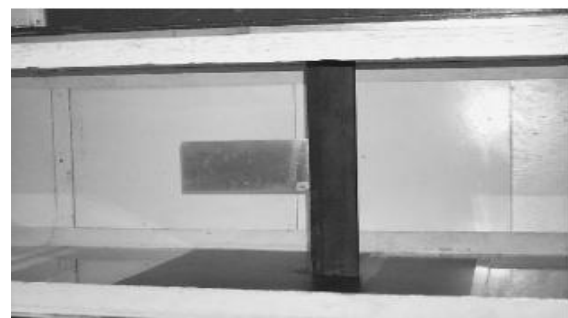
شکل ۳- اجزای تشکیل دهنده مدل



شکل ۴- تونل باد مدار باز دانشگاه صنعتی اصفهان



شکل ۱- هندسه ایرفویل صلب- پانل یک سر گیردار همراه با مدل شبکه گردابی سه بعدی غیریکنواخت [۹]



شکل ۲- مدل ایرفویل- پانل مورد آزمایش



شکل ۹- نوسانات LCO با دامنه کوچک ( $u=26/3$  m/s)



شکل ۱۰- نوسانات LCO با دامنه کوچک ( $u=26/8$  m/s)



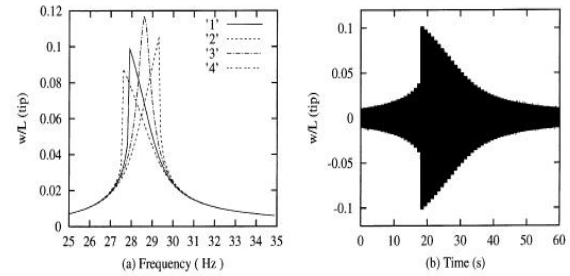
شکل ۱۱- نوسانات LCO با دامنه بزرگ ( $u=27/3$  m/s)



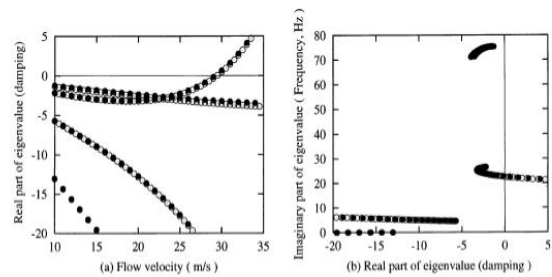
شکل ۱۲- نوسانات LCO با دامنه بزرگ ( $u=26/8$  m/s)



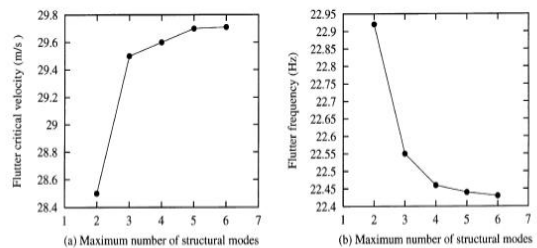
شکل ۱۳- نوسانات LCO با دامنه بزرگ ( $u=26/3$  m/s)



شکل ۵- (a) فرکانس واکنش در لبه آزاد پانل، "۱" با در نظر گرفتن آثار غیرخطی سختی و اینرسی جرمی، "۳" تنها با در نظر گرفتن آثار غیرخطی سختی، "۳" برای سیستم خطی، "۴" تنها با در نظر گرفتن آثار غیرخطی اینرسی؛ (b) نمودار زمان برای محدوده فرکانس ۲۶ تا ۳۲ Hz [۹]



شکل ۶- آنالیز مقدار ویژه برای سیستم آیروالاستیک خطی (a) برای بخش حقیقی مقادیر ویژه (b) برای مکان هندسی ریشه‌ها؛ علامت ● برای مدل آیرودینامیک کاهش یافته و علامت ○ برای تمام مدهای آیرودینامیک [۹]

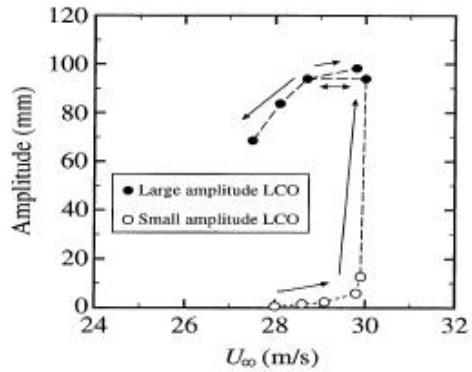


شکل ۷- آنالیز مقدار ویژه سیستم آیروالاستیک خطی برحسب تعداد مد ساختاری (a) برای سرعت ارتعاش (b) برای فرکانس ارتعاش [۹]

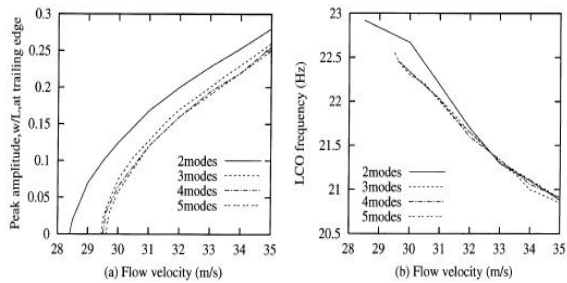


شکل ۸- نوسانات LCO با دامنه کوچک ( $u=25/3$  m/s)

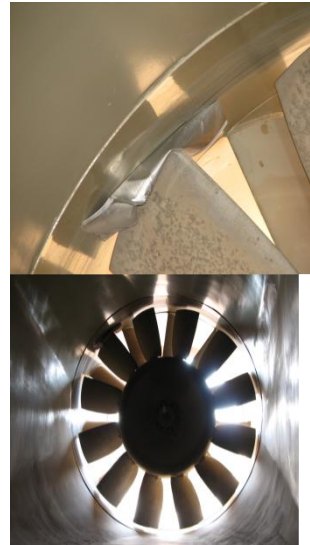
شکل ۱۷- دامنه LCO لبه آزاد پانل بر حسب سرعت جریان



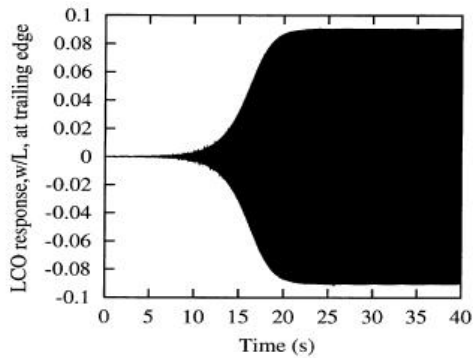
شکل ۱۴- محل جداسدن پانل از ایرفویل



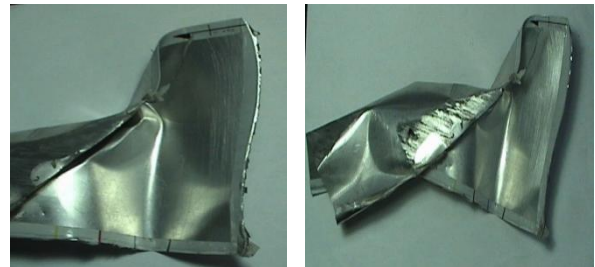
شکل ۱۹- واکنش LCO بر حسب سرعت جریان برای تعداد مدهای ساختاری کل (a) برای دامنه ماکزیمم در لبه آزاد پانل الاستیک و (b) برای فرکانس [۵]



شکل ۱۵- چگونگی گیر کردن پانل در بین پره‌های فن



شکل ۲۰- نمودار زمان برای  $u=30$  m/s و فقط با در نظر گرفتن آثار غیرخطی [۵]



شکل ۱۶- پانل پس از بیرون آوردن از بین فن (الف) نمای کلی (ب) مقطع جداسدن

