# شبیه سازی عددی انتقال حرارت در جابه جایی آزاد با استفاده از روش شبکه بولتزمن برای حفره ها با تاثیر متقابل


| احسان گورکی فرد[1] | محمد علی زاهدی | احمد صداقت |
| --- | --- | --- |
| دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک | دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک | استادیار دانشکده مهندسی مکانیک |
| دانشگاه صنعتی اصفهان | دانشگاه صنعتی اصفهان | دانشگاه صنعتی اصفهان |


**چکیده:** *جابجایی رایلی-بنارد یک پدیده بنیادی در بسیاری از کاربردهای صنعتی و جوی است. در سالهای اخیر جابجایی رایلی-بنارد بطور عددی در جریانهای دو بعدی با استفاده از روش شبکه بولتزمن که بعنوان یکی از قدرتمندترین روشهای دینامیک سیالات محاسباتی می باشد مورد توجه قرار گرفته است. یک نیروی حجمی متناسب با دما به سیستم اعمال می شود و سیستم، معادله بوزینسک را ارضا می کند. چنانچه عدد رایلی بیشتر افزایش پیدا کند، حلقه های جابجایی دو بعدی پایدار به ناپایدار تبدیل می شود. مدل شبکه بولتزمن، بازده ،دقت و پایداری عددی خوبی برای شبیه سازی جریان سیال با انتقال حرارت و جرم دارد. این تحقیق، در ابتدا مساله انتقال حرارت جابه جایی آزاد را در حالت دو بعدی، مورد بررسی قرار داده و نتایج بدست آمده با نتایج تجربی مقایسه می شود و دیده می شود که مطابقت خوبی بین این دو نتیجه وجود دارد. در نهایت برای اولین بار، تاثیر حضور متقابل حفره ها بر انتقال حرارت در جابه جایی آزاد در محفظه های بسته که در صنعت بسیار پر کابرد می باشند با استفاده از شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار گرفته است.*

**واژه‌های کلیدی:** *انتقال حرارت جابجایی آزاد ، ناپایداری رایلی بنارد ، حفره[2] ، روش شبکه بولتزمن[3]، دینامیک سیالات محاسباتی*

## ۱.مقدمه

اخیرا روش معادله شبکه بولتزمن بعنوان یک روش دینامیک سیال محاسباتی گسترش یافته است. این روش از یک مدل سیال بولی بعنوان شبکه اتوماسیون گاز سرچشمه می گیرد که حرکت سیال را بوسیله حرکت ذرات و برخورد آنها در یک شبکه منظم شبیه سازی می کند. متوسط متغیرهای سیال مثل چگالی و سرعت در معادلات ناویر–استوکس صدق می کند. مدل ساده برخورد که به معادله شبکه بولتزمن اعمال می شود، مدل شبکه بی-جی-کی[4] نامیده می شود. این روش بطور عددی، پایدار ، با دقت و دارای ضریب محاسباتی بالاتری در مقایسه با روشهای سنتی محاسباتی برای شبیه سازی جریانهای تک فاز ساده تراکم ناپذیر، می باشد. چنانچه حرکت سیال در مرحله تابع توزیع شبیه سازی شود، فیزیک میکروسکوپی ذرات سیال را می توان به راحتی نسبت به روشهای ذره ای دیگر ارزیابی کرد که مطلب فوق دارای اهمیت زیادی می باشد. پدیده های پیچیده سیال به خاطر برهم کنش بین دو ذره مثل پدیده مویینگی، جریانهای چند فازی و دیفیوژنهای غیر خطی را می توان بوسیله شبکه بولتزمن شبیه سازی کرد. اینارمو و همکارانش[1] در سال ۲۰۰۲ کاربردهای انتقال حرارت را برای یک مخلوط سیال حل پذیر با استفاده از شبکه بولتزمن مورد مطالعه قرار دادند. در سال ۲۰۰۶ کرانکلتون و اندرسون [5] [2]میدان های دما و گرما را در جابجایی رایلی-بنارد برای یک محفظه بسته شیب دار که از زیر گرم می شود به صوت سه بعدی مورد

---

[1] مؤلف مکاتبه کننده

پست الکترونیکی:E-mail:e.gorakifard@me.iut.ac.ir

[2] cavity
[3] LBM
[4] Bhatnagar, Gross, Krook
[5] Daniel W. Crunkleton, Timothy J. Anderson

بررسی قرار دادند. شبیه سازی جریانهای نوسانی در جابجایی رایلی بنارد بوسیله شبکه بولتزمن مسئله ای بود که مورد علاقه کائو و یانگ[1] در سال ۲۰۰۷ در محدوده های خاصی از عدد رایلی و عدد پرانتل قرار گرفت[3].

در بیشتر مدلهای شبکه بولتزمن تا کنون پایستگی جرم و مومنتم انجام شده است. معادلات ماکروسکوپیک مدل ها، مطابق با معادله ناویر- استوکس برای معادله گاز ایده ال در حالت پایا و دما ثابت می باشد. با این وجود بسیار اهمیت دارد و بعضی مواقع حیاتی است که توانایی شبیه سازی اثرهای گرمایی را با جریان سیال بطور همزمان داشته باشیم. در بیشتر جریانهای ژئوفیزیکی اختلاف دما مکانیزم محرکی برای حرکت سیال می باشد. در بسیاری از رویدادها، هنگامی که اثرهای گرمایی فشاری و لزجی صرفه نظر شود، میدان دما بوسیله میدان جریان به طور منفعلی جابه جا می شود و از معادله اندازه منفعلی[2] تبعیت می کند. تا کنون مطالعه زیادی برای این مسئله چه از روش جابجایی آزاد و چه از روش جابجایی اجباری و یا وجود هر دو عامل صورت گرفته است تا بتواند عملیات خنک سازی را سریع تر انجام دهد و از سوختگی تجهیزات الکترونیکی جلوگیری کند.در مطاله حاضر در ابتدا مساله انتقال حرارت جابجایی آزاد رایلی-بنارد مورد بررسی قرار داده که نتایج بدست آمده تطابق خوبی با کارهای انجام شده دارد، سپس ما برای اولین بار، تاثیر حضور متقابل حفره ها بر انتقال حرارت در جابه جایی آزاد در محفظه های بسته که هندسه آن در شکل (۱) ترسیم شده است با استفاده از شبکه بولتزمن مورد برسی قرار داده ایم.

## ۲.مدل شبکه بولتزمن

مدل شبکه بولتزمن دو تابع توزیع $f$ و $g$ را که به ترتیب میدان جریان و میدان دما می باشد در برمی گیرد. توابع توزیع $f$ و $g$ بعنوان احتمال حضور ذرات در موقعیت $x$ و زمان $t$ با سرعت $c_i$ در فاصله زمانی $\Delta t$ در راستای $i$ شبکه تعریف می شوند. این دو تابع توزیع ازمعادلات انتقال شبکه با تقریب بی-جی-کی پیروی می کند. بعبارت دیگر برای میدان های جریان و دما به ترتیب داریم

$$f_i(x + c_i\Delta t, t + \Delta t) - f_i(x,t) = \frac{\Delta t}{\tau_v}[f_i^{eq}(x,t) - f_i(x,t)] + \dot{J}_i \quad (۱)$$

$$g_i(x + c_i\Delta t, t + \Delta t) - g_i(x,t) = \frac{\Delta t}{\tau_d}[g_i^{eq}(x,t) - g_i(x,t)] \quad (۲)$$

که $\dot{J}_i$ ورودی مومنتم از نیروی حجمی شناوری است و $\tau_v$ و $\tau_d$ به ترتیب زمان تخفیف[3] برای معادله شبکه بولتزمن جریان و دما می باشد $c_s=c/\sqrt{3}$ بعنوان سرعت صوت تعریف می شود و $\nu$ ویسکوزیته سینماتیکی و $\alpha$ پخش حرارتی است که توسط زمانهای تخفیفشان بصورت ذیل تعریف می شود

$$\nu = c_s^2(\tau_v - 1/2) \quad \text{و} \quad \alpha = c_s^2(\tau_d - 1/2) \quad (۳)$$

بعلاوه توزیع تعادلی محلی برای میدان سرعت و دما به این صورت بیان شده است :

$$f_i^{eq}(x) = w_i\rho(x)[1 + 3\frac{c_{iA}.u_A}{c_s^2} + \frac{u_A u_B}{2c_s^2}\left(\frac{c_{iA}c_{iB}}{c_s^2} - \delta_{AB}\right)] \quad (۴)$$

$$g_i^{eq}(x) = w_i\theta(x)[1 + 3\frac{c_{iA}.u_A}{c_s^2} + \frac{u_A u_B}{2c_s^2}\left(\frac{c_{iA}c_{iB}}{c_s^2} - \delta_{AB}\right)] \quad (۵)$$

در این معادلات خواص سیال از قبیل چگالی جریان، شار مومنتم، غلظت دما به ترتیب بصورت ذیل تعریف می شوند:

---

[1] P.-H. Kao, R.-J. Yang

[2] Passive-Scale

[3] relaxation time

$$\rho = \sum_i f_i \tag{۶}$$

$$\rho u_A = \sum_i f_i c_{iA} \tag{۷}$$

$$\theta = \sum_i g_i \tag{۸}$$

زیرنویسهای A,B به اندیسهای تکرار در مؤلفه های مختصات کارتزین اشاره دارد. علاوه براین $w_i$ وزن مولکولی است که از تانسور مرتبه چهار همسان سرعت و نامتغیر گالیلان [1] [4]بدست می آید. استفاده از بسط چپمن انسکوگ[2] [5]در معادله پیوستگی و ناویر -استوکس با تقریب مرتبه دوم معادله شبکه بولتزمن در میدان جریان را دقیقا پوشش می دهد، معادله(۱) بدون اعمال ترم نیروی حجمی بصورت ذیل استخراج شده

$$\frac{\partial \rho}{\partial T} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \tag{۹}$$

$$\frac{\partial (\rho u_A)}{\partial T} + \nabla_A \cdot (\rho u_A u_B) = \nabla_A (\rho c_s^2) + \nabla_B \cdot (\nabla_A \rho u_B + \nabla_B \rho u_A) \tag{۱۰}$$

بطور مشابه معادله، جابجایی- انتشار از معادله شبه بولتزمن میدان دما بدست می آید.

$$\frac{\partial (\theta)}{\partial T} + (u \cdot \nabla)\theta = \nabla \cdot (\alpha \nabla \theta) \tag{۱۱}$$

که $\theta$ مبین دما است. در مدل سازی مساله جابجایی آزاد ، نیروی حجمی شناوری بوسیله تقریب بوزینسک فرموله می شود

$$\dot{J}_i(x,t) = 3 \cdot w_i \cdot g_y \cdot \beta \cdot [(T(x,t) - T_\infty] \cdot \rho(x,t) \cdot c_{iy} \tag{۱۲}$$

که $g_y$ شتاب گرانشی در راستای $y$ و $\beta$ ضریب انبساط حرارتی $\beta \equiv -1/\rho_{ref}\,(\partial \rho / \partial T)_p$ که بر اساس چگالی مرجع سیال تعریف می شود. $c_{iy}$ مؤلفه عمودی سرعت($c_i$) می باشد. شایان ذکر است که معادله (12) فقط توصیف کننده تاثیر شناوری اعمال شده در راستای اتصال شبکه است. ترم $\rho(x,t)$ و $T(x,t)$ به ترتیب چگالی و دمای بی بعد موضعی است که در هر موقعیتی از شبکه محاسبه می شود. اگرچه ساختار بدون بعد توسط ثابت $\Delta T \equiv (T_{boundary} - T_\infty)$ تنظیم شده که $T_\infty = 0$ (پایین ترین دما مرجع در محدوده محاسبات) است. بنابراین در هر شبکه $\Delta T \equiv T(x,t)$ می شود و درنهایت معادله(12) به صورت ذیل تصحیح می شود:

$$\dot{J}_i(x,t) = 3 \cdot w_i \cdot g_y \cdot \beta \cdot T(x,t) \cdot \rho(x,t) \cdot c_{iy} \tag{۱۳}$$

ترم نیروی حجمی بر چگالی جریان بدون تاثیر است ولی مومنتم جریان را بعنوان نتیجه حاصل از شناوری تغییر می دهد. ترم نیروی حجمی، ترم چگالی موضعی $\rho(x,t)$ را نگه می دارد، و این به دلیل جلوگیری کردن از تغییرات ناکافی یا بیش از حد چگالی موضعی می باشد. مطابق با تحقیقات قبلی جریان مدل گرمایی ساده شبکه بولتزمن قابل کاربرد برای جریانهای گرمایی تراکم ناپذیر با صرفه نظر از اتلافات لزجتی می باشد، جزییات بیشتر از مدل ساده شده شبکه بولتزمن که شامل بسط چپمن انسوگ و مسائل جابجایی آزاد برای تطابق دادن را می توان در مرجع[5] پیدا کرد

---

[1] Galilan
[2] Chapman-Enskog

زمان تخفیف $\tau_v, \tau_D$ برای حالتی که، از ۰٫۵ کمتر باشد محاسبه می شود. این مطلب به این نکته اشاره می کند که ویسکوزیته سینماتیکی و ضریب پخش را نمی توان بعنوان یک ثابت در شبیه سازی ثابت نگه داشت. شبیه سازی مورد استفاده در این تحقیق مدل D2Q9 (شکل ۲) می باشد بنابراین رابطه وزنی برای معادلات(۴)و(۵)و(۱۳)و(۱۲) به این صورت بیان می شود: $w_i=4/9$. برای $|c_i|=0$(برای ذره ساکن) ، $w_i=1/9$. برای$|c_i|=0$ و $w_i=1/36$. برای $|c_i|=\sqrt{2}$.با توجه به شرایط مرزی میدان جریان ، روش کمانه کردن[1] برای دیواره های صلب بدون لغزش اعمال شده است. این روش جهات خروجی تابع توزیع را بعنوان معکوس جهات ورودی درمرزها تعیین می کند. شرط عدم لغزش $(u_x=u_y=0)$ برای تمام گره های جامد در نظر گرفته می شود. دیوارهای آدیاباتیک بعلت ساده سازی با اعمال روش کمانه کردن برای تابع توزیع دما $g_i$، برای گره های مشخص به این صورت اعمال می شود.

$$q_i = \left(\frac{\partial T}{\partial x_i}\right) = (g_i - g_{-i}) / \Delta x) = 0 \qquad (۱۴)$$

در ضمن دیواره ها با یک دمای ثابت توسط تابع توزیع تعادلی از معادله (۵)محاسبه می شود و برای عدد پرانتل داریم:

$$pr = \frac{\nu}{\alpha} \qquad (۱۵)$$

دراین تحقیق در ابتدا شبیه سازی عددی انتقال حرارت در جابه جایی آزاد با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار می گیرد و سپس شبیه سازی عددی انتقال حرارت در جابه جایی آزاد با استفاده از روش شبکه بولتزمن برای حفره ها، با تاثیر متقابل کنکاش می شود.

## ۳.شبیه سازی جابجایی رایلی – بنارد بدون تاثیر متقابل

جابجایی رایلی – بنارد یک حرکت جریان بوسیله پخش سیال و اثر جاذبه می باشد، در مساله جابجایی آزاد جریان ایستای اولیه مرز پایینی گرم می شود و دیواره بالایی در دمای پایین نگه داشته می شود و نیروی جاذبه در جهت $y$ به ناحیه محاسباتی اعمال می شود. چنانچه اختلاف دمای پایین و بالای مرز افزایش پیدا کند حالت هدایت ساکن بوسیله هر اغتشاش کوچکی ناپایدار می شود. شایان ذکر است در جابجایی رایلی-بنارد ناپایداری اولیه را، یک انتقال از هدایت گرمایی به جابجایی گرمایی پایا با یک ساختار پایدار دو حلقه ای، در عدد رایلی بحرانی۱۷۰۷/۷۶ تعریف می شود. در این حالت مقدار عدد رایلی بحرانی مستقل از عدد پرانتل می باشد با این وجود چنانچه عدد رایلی افزایش پیدا کند یک سری انشعابات وابسته به زمان در ساختار جریان با یک حلت پریودیکی تک فرکانسی رخ می دهد که به آن ناپایداری ثانویه گویند که گذار از ناپایداری اولیه به ثانویه به شدت به عدد پرانتل وابسته است. بر طبق تعاریف پایداری خطی عدد موج بحرانی برای جابجایی رایلی – بنارد برابر با $a_c=3.117$ است. چنانکه سلولهای جابجایی بطور سریع با یک نسبت منظر $2\pi/a_c=2.016$ توسعه پیدا کنند، یک اندازه ی مناسب از نسبت منظر برای شبیه سازی$AR=L/H=2$ تعیین می شود. در شبیه سازی جابجایی رایلی-بنارد حاضر، کانال دو بعدی محاسباتی، توسط شبکه مربعی برای مدل D2Q9 که شامل گره های ۱۵۰×۳۰۰ است نگاشته می شود. برای مقایسه دقت نتایج بدست آمده بوسیله مدل شبکه بولتزمن ساده با استفاده مدلهای دیگر برای جابجایی رایلی-بنارد در $Pr=0.71$ ، ما از اندازه شبکه یکسان ۱۵۰×۳۰۰ استفاده می کنیم، شرایط مرزی برای کانال برای جریان و دما پریودیک فرض می شود ،ضمنا فرض عدم لغزش برای مرزهای جامد بالا و پایین و دمای ثابت $T_{Top}=0$ برای بالاو $T_{Bottom}=1$ برای پایین لحاظ شده است و همچنین یک اغتشاش گرمایی در شرایط اولیه به یکی از گره ها اعمال می شود. در شبیه سازی جابجایی رایلی – بنارد حاضر عدد پرانتل همانطور که در معادله(۱۴) نشان داده شده تعریف می شود، اما تعریف عدد رایلی و عدد ناسلت را به صورت ذیل اصلاح می کنیم

$$Ra = \frac{\beta \cdot \Delta T \cdot g_i \cdot H^3}{\alpha \nu} \qquad (۱۶)$$

[1] bounce-back

$$Nu = 1 + \frac{< u_y \cdot T >}{\alpha \cdot \Delta T / H} \qquad (۱۷)$$

که $H$ ارتفاع عمودی کانال است و $\Delta T=1$ ثابت ،که مبین اختلاف دما بین مرزهای بالا و پایین را می باشد. هدف از شبیه سازی حاضر مشخص کردن جریانهای نوسانی جابجایی رایلی – بنارد است. این مدل سازی برای مقادیر مختلف عدد پرانتل در دامنه $0.71 \leq Pr$ و عدد رایلی به دامنه $Ra \leq 10^5$ محدود شده است. تحت این شرایط جریان به حالت مغشوش کاملا توسعه یافته نمی رسد اما انشعابات ممکن است به جریانهای نوسانی، در اعداد پرانتل و عدد رایلی خاصی منجر شود.

**نتایج بدست آمده برای $Pr=0.71$**

کانتورهای دما و میدان سرعت در جابجایی رایلی – بنارد دو بعدی شبیه سازی شده در اعداد رایلی ۶۰۰۰، ۱۰۰۰۰، ۵۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ در شکل ۳ ترسیم شده است و همچنین تغییرات عدد ناسلت بر حسب عدد رایلی ۲۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰ را می توان مشاهده کرد. مقایسه نتایج مدل سازی شده کلور و بوس[1] [6] و فرمول تجربی $Nu=1.56(Ra/Rac)^{0.296}$ با نتایج بدست آمده از تحقیق حاظر بر مبنای شبکه بولتزمن در شکل ۳ نشان داده شده است. مقادیر عدد ناسلت محاسبه شده در مدل حاظر کمی از داده های مرجع [6] در اعداد رایلی بالا $Ra \geq 30000$ منحرف شده است.
برای اعداد رایلی ۶۰۰۰ و۸۰۰۰ و۱۰۰۰۰و۲۰۰۰۰ و $Pr=0.71$ در شکل ۴، کانتور های دما نشان داده شده است. شکل ۴ ناپایداری اولیه را برای اعداد رایلی مختلف نشان می دهد، همانطور که مشاهده می کنید با افزایش رایلی گرادیان دما در نزدیکی مرزها زیاد شده و به همین اندازه در مرکز از گرادیان دما کاسته می شود ، همچنین با افزایش عدد رایلی انشعابات در قبل از ناپایدازی ثانویه افزایش پیدا می کند. سدلا و باکچیگنانی[2] [7]متوجه جریان پریودیکی ناپایا در$Ra=44150 \pm 80$ در جابجایی رایلی–بنارد در $Pr=5$ با شرط عدم لغزش شدند. در شبیه سازی کنونی انجام شده در$Pr=6$ ،چنانچه عدد رایلی افزایش پیدا کند یک پاسخ انشعابی با فرکانس پریودیکی در $Ra=48000$ بدست می آید. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که جریان زیر $Ra=48000$ جابجایی ایستایی[3] دارند، در حالی که در اعداد رایلی بالا جابجایی نوسانی خواهد بود. کانتورهای اندازه سرعت می توانند به یکدیگر در نصف دوره تناوب(در$t=t_p/2, t=0$) تبدیل شوند.(که$t_p$ پریود نوسانات می باشد)

شکل۵ عدد ناسلت را در مقابل سیکل زمانی در$Ra=50000, Pr=0.71$ و همچنین شکل۶ عدد ناسلت را در مقابل سیکل زمانی در عدد رایلی ۱۰۰۰۰۰ وپرانتل ۶ نشان می دهد. قابل مشاهده است که دامنه عدد ناسلت در عدد رایلی بالا افزایش پیدا می کند. روند جریانهای نوسانی همراه با افزایش عدد رایلی افزایش پیدا می کند. متوسط عدد ناسلت برای عدد رایلی ۵۰۰۰۰ و پرانتل ۰/۷۱وعدد رایلی ۱۰۰۰۰۰ و پرانتل ۶ به ترتیب همانطور که در شکل ۵و۶ نشان داده شده برابر با $\overline{NU} \cong 4.0896$ و $\overline{NU} \cong 4.118$ تخمین زده شده است. برای روشن تر شدن موضوع نوسانات سیستم می توان به شکل ۷ رجوع کرد .در این شکل نوسانات سیستم برای دو پریود زمانی به تصویر کشیده شده است.

## ۴.شبیه سازی جابجایی رایلی –بنارد با تاثیر متقابل حفره ها

همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده جابجایی رایلی – بنارد را برای حالت خاص سه حفره ای که بر یکدیگر تاثیر متقابل می گذارند بررسی می کنیم. شرایط مرزی برای این مساله بصورت ذیل است:
-شرایط مرزی هیدرودینامیکی از قبیل سرعت های عمودی و مماسی در کلیه سطوح جامد صفر است.($u = v = \psi = 0$)
-شرایط مرزی گرمایی نیز بصورت ذیل فرض می شود :

$T=0 \quad \text{for } y=1 \quad \text{and} \quad 0 \leq x \leq AR=2.5$

---

[1] Celever &Busse
[2] Sdella,Bucchignani
[3] stationary convection

$T=1$ for $y=0$ and $0\leq x\leq 0/5$

$1\leq x\leq 1/5$

$2\leq x\leq 2/5$

$B=L/H=1/2$ و قابل ذکر است که $y$ و$x$ اعداد بی بعد بر مبنای $L,H$ است.

و برای سطوح عایق : $\frac{\partial T}{\partial n}=0$

شکل۹ کانتورهای دما ثابت برای$Ra=50000(A)$ , $Ra=100000(B)$ برای $Pr=0.71$ ترسیم شده است..شکل 9-A برای حالتی است که هنوز ناپایداری اولیه ایجاد نشده و مساله دارای تقارن می باشد. .در شکل 9-A بعلت اینکه چرخش سیال بسیار کم، خطوط هم دما در داخل حفره ها بصورت افقی می باشد، نیرو های ناشی از لزجت در حاشیه دیوار های عمودی عایق، در حفره میانی، حرکت سیال را تحت اثر نیرو های شناوری به تاخیر می اندازد. با افزایش عدد رایلی چرخش سیال بیشتر شده و تقارن موجود در عدد رایلی های پائین کم کم از بین خواهد رفت. این تقارن با افزایش عدد رایلی از بین می رود و همانطور که در شکل 9-B می بینید سیستم دچار ناپایداری اولیه می شود. با افزایش عدد رایلی تا ۱۰۰۰۰۰ سیستم دچار هیچ گونه ناپایداری ثانویه ای نمی شود اما همانطور که در شکل ۱۰ ترسیم شده سیستم در اعداد رایلی بالاتر از ۱۰۰۰۰۰ دچار نوساناتی می شود.، توجه کنید مباحثی که قبلا در حالت ناپایداری ثانویه برای حالتی که حفره ای وجود نداشت ، در این حالت نیز صادق است. شکل۱۱ تغییرات متوسط عدد ناسلت بر حسب عدد رایلی برای کار حاضر (با استفاده از شبکه بولتزمن )را با کار عددی هسنوئی[1] و همکارانش [8] برای تغییرات عدد ناسلت دیواره سرد بر حسب عدد رایلی مقایسه شده است. همانطور که در شکل نشان داده شده با افزایش عدد رایلی تا ۶۰۰۰۰ عدد ناسلت افزایش می یابد ولی پس از آن با یک افت مواجه می شود و سپس مجددا افزایش پیدا می کند. این افت در کاربرد های مهندسی مخصوصا در هنگام بهینه سازی کیبورد های الکتریکی بسیار مهم می باشد وهمچنین بعد از این افت با افزایش عدد رایلی عدد ناسلت افزایش پیدا می کند. همانطور که در شکل می‌بینید یک اختلاف ثابت بعد از افت مذکور بین این دو نتیجه دیده می‌شود که می توان دلیل آن را به اختلاف بین عدد ناسلت دیواره سرد و ناسلت متوسط کل سیستم بیان کرد.

## ۵.نتایج

در این تحقیق شبیه سازی های دو بعدی جابجایی رایلی – بنارد در گستره $0.71\leq Pr\leq 70$و $Ra\leq 100000$ با استفاده از مدل گرمایی ساده شبکه بولتزمن و صرفه نظر از اتلافات گرمایی لزجت مورد بررسی قرار گرفته است.این تحقیق، در ابتدا مساله انتقال حرارت جابه جایی آزاد ریلی-بنارد را در حالت دو بعدی برای حالت ساده درون یک محفظه بسته ، مورد

بررسی قرار داده و نتایج بدست آمده با نتایج تجربی مقایسه شده و دیده می شود که مطابقت خوبی بین این دو نتیجه وجود دارد. سپس ، تاثیر حضور متقابل حفره ها بر انتقال حرارت در جابه جایی آزاد رایلی-بنارد در محفظه های بسته با تاثیر متقابل

حفره با استفاده از شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار گرفته است.نتایج شبیه سازی در جابجایی رایلی – بنارد دو بعدی نشان می دهد که انشعابات ناپایداری ثانویه در یک عدد پرانتل معین با یک عدد رایلی مناسب واقع می شود.انشعابها با یک ساختار جریانی نا متقارن با دوره تناوب تک فرکانسی مشاهده می شود. این انشعابات وابستگی زیادی به خصوصیت سیال (عدد پرانتل ) دارند و نتایج شبیه سازی ها تطابق خوبی با نتایج کریشنامورتی[2] [9] دارد. این تحقیق ناپایداری رایلی – بنارد از آستانه ناپایداری اولیه به رژیم نوسانی پریودیکی (ناپایداری ثانویه)، در محدوده $0.71\leq Pr\leq 70$ مورد بررسی قرار داده است.

---

[1] Hasnaoui

[2] Krishnamurti

نتایج بدست آمده برای عدد ناسلت، در اعداد رایلی بالای ۳۰۰۰۰ با نتایج کلور و بوس کمی انحراف دارد. شبیه سازی کار حاضر به صورت دو بعدی بر روی شبکه ۱۵۰×۳۰۰ با پرانتل ۰/۷۱انجام شده است. شبیه سازی ها از حالت هدایت ایستایی با $Ra=2000$ شروع می شود. عدد ناسلت در حالت پایا در شکل ۸ در مقابل عدد رایلی کشیده شده است. نتایج شبیه سازی کلور و بوس برای مقایسه بر روی نمودار ترسیم شده است. تطابق خوبی برای رایلی کمتر از ۲۰۰۰۰ در مقایسه کلور و بوس و داده های مربوط به شبکه بولتزمن برقرار می باشد. شکل ۴ خطوط دما ثابت حالت پایا برای بعضی از عدد رایلی را ترسیم کرده است. چنانچه عدد رایلی افزایش پیدا کند گرادیان دما نزدیک به مرزها بیشتر می شود .صفحات سیال بالا رونده و پایین رونده باریک تر می شوند و مساحت داخلی سیال با یک گرادیان دمای معکوس عریض تر می شود . با این وجود متوجه می شویم که اگر شبیه سازی ها در حالت هدایت ایستایی با $Ra=50000$ شروع شود سیستم به حالت نوسانی می رود.کانتور های دما ثابت در شروع و۰/۵ پریود نوسانی در شکل7 نشان داده شده است.در شکل ۸ زمان و عدد ناسلت به عنوان تابعی از عدد رایلی که مرحله به مرحله افزایش پیدا می کند ترسیم کرده ایم.شکلهای ۹، ۱۰، ۱۱ پدیده جابجایی آزاد را برای مساله رایلی – بنارد با وجود اثر های متقابل دو مانع نشان می دهد. در شکل ۱۱ عدد ناسلت با افزایش عدد رایلی برای حالت سه حفره ای افزایش پیدا می کند. در حالت سه حفره ای مبنای عدد ناسلت در کار هسنوئی صفحه بالایی در نظر گرفته شده در حالی که در مدل بلتزمن ناسلت متوسط توسط معادله ۱۷ محاسبه شده است. .شکل ۱۱ نشان می دهد که در رایلی های کم تا نزدیک اعداد رایلی بحرانی ، نحوه محاسبه عدد ناسلت تقریبا فرقی نمی کند و اگر توجه کنید این افزایش عدد ناسلت بصورت خطی است.بعبارت دیگر ناسلت متوسط محاسبه شده برابر با ناسلت بر مبنای صفحه سرد در کار هسنوئی است و پس از آن یک جهش در ناسلت وجود دارد که می توان این گونه استنباط کرد که این جهش ناگهانی مربوط به ناپایداری ایجاد شده در رایلی ۶۰۰۰۰ است .

## مراجع


[1] Inamuro, T., Yoshino, M., Inoue, H., Mizuno, R., and Ogino, F., “A Lattice Boltzmann Method for a Binary Miscible Fluid Mixture and Its Application to a Heat-Transfer Problem”, Journal of Computational Physics, vol. 179, pp. 201–215, 2002.

[۲] Crunkleton, D. W., and Anderson, T. J., “A numerical study of flow and thermal fields in tilted Rayleigh–Bénard convection”, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 33, pp. 24–29, 2006.

[3] Kao, P. H., and Yang, R. J., “Simulating oscillatory flows in Rayleigh–Benard convection using the lattice Boltzmann method”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 50, pp. 3315–3328, 2007.

[4] Nourgaliev, R., Dinh, T., Theofanous, T., and Joesph, D., 2003, “The LatticeBoltzmann Equation Method: Theoretical Interpretation, Numerics and Implications,”Int. J. Multiphase Flow, 29, pp. 117–169.

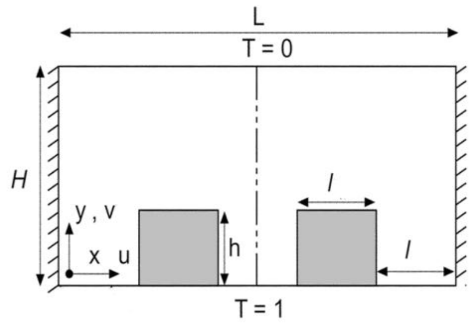
[5] Chapman, S., and T. G. Cowling, T. G., “The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases”, The Journal Of Physical Chemistry, Vol. 45, pp. 876-877, 1941.

[6] Clever, R.M., Busse, F.H., “Transition to time-dependent convection”, J. Fluid Mech., Vol. 65, pp. 625–645, 1974.

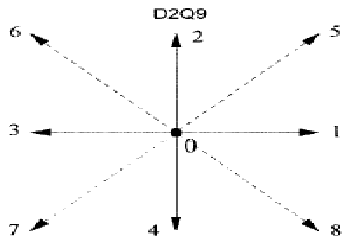
[7] Stella, F., and Bucchignani, E., “Rayleigh–Benard convection in limited domains: part 1 – oscillatory flow”, Numer. Heat Transfer Part A, Vol. 36, pp. 1–16, 1999.

[8] Hasnaoui, M., Bilgen, E. and Vasseur, P., “Natural convection above an array of open cavities heated from below”, Num. Heat Transfer, Part A, Vol. 18, pp. 463-82, 1990.

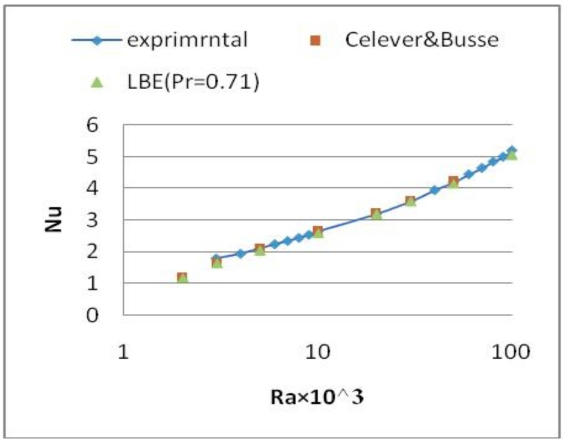
[9] Krishnamurti, R., “Some further studies on the transition to turbulent convection”, J. Fluid Mech., Vol. 60, pp. 285–303, 1973.



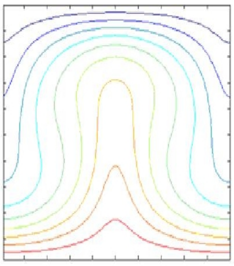
شکل۱-جابجایی رایلی-بنارد با حفره



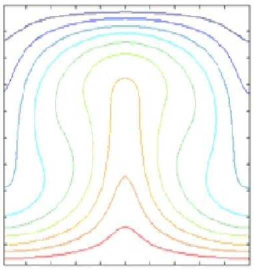
شکل ۲-بردارهای سرعت تجزیه شده برای مدل سرعت ذره ای D2Q9



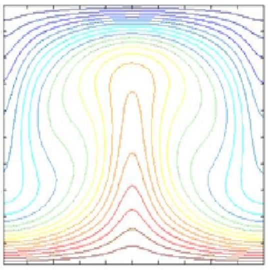

شکل ۳-تغییرات عدد ناسلت بر حسب عدد رایلی در $Pr=0.71$



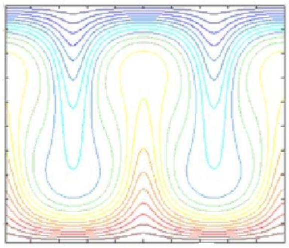
*Ra=6000*



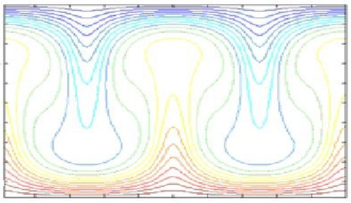
*Ra=8000*



*Ra=10000*

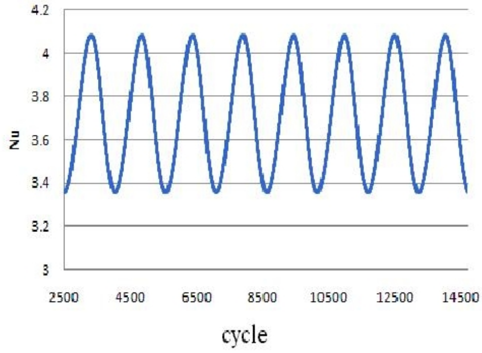


*Ra=20000*



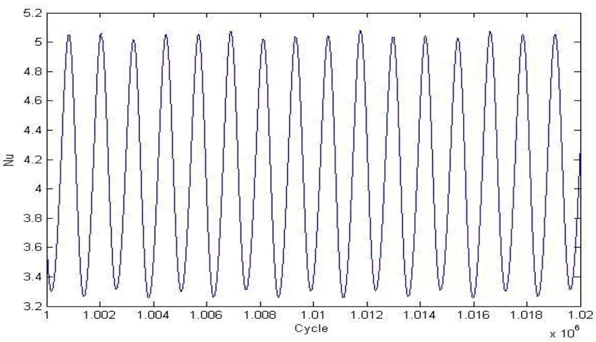
*Ra=30000*

شکل ۴-کانتورهای دما ثابت برای اعداد رایلی مختلف در$Pr=0.71$



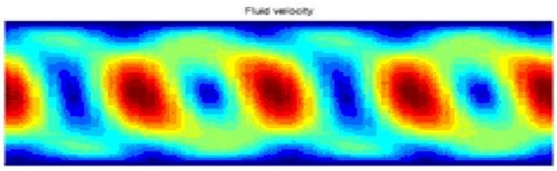

شکل۵ –عدد ناسلت بر حسب سیکل زمانی برای

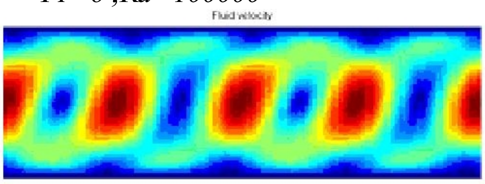
$Ra=50000, Pr=0.71$

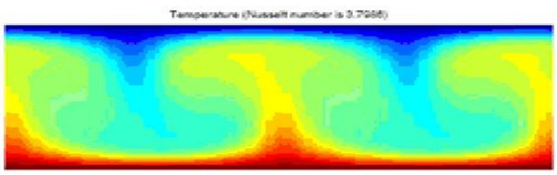


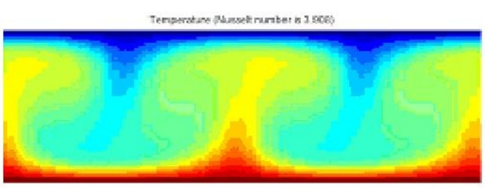

شکل۶ –عدد ناسلت بر حسب سیکل زمانی برای

$Pr=6 , Ra=100000$



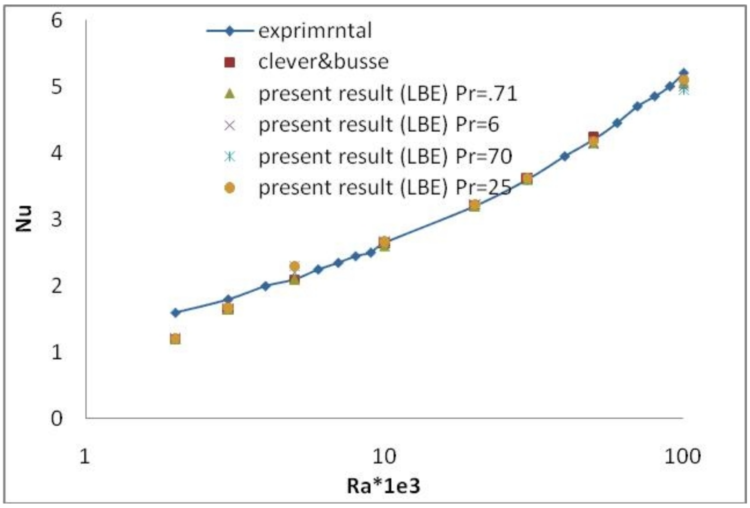





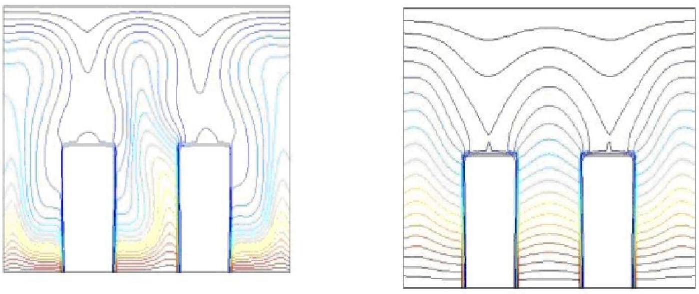
$t=0$

$t=t_p/2$

شکل۷-کانتورهای اندازه سرعت و دما در شروع و نصف پریود نوسانی برای $Pr=0.71$ در حالت ناپایداری ثانویه

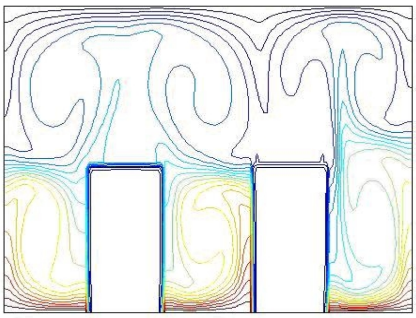



شکل۸-تغییرات عدد ناسلت در مقابل عدد رایلی برای اعداد پرانتل مختلف در مقایسه با داده های تجربی

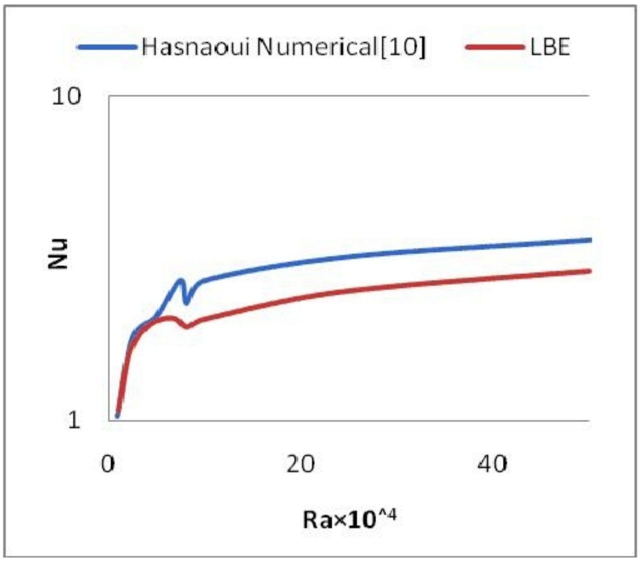


B A

شکل9-کانتورهای دما ثابت برای $Ra=50000$(A), $Ra=10000$(B) برای $Pr=0.71$



شکل۱۰-کانتورهای دما ثابت در $Ra=1000000.Pr=0.71$




شکل۱۱-تغییرات متوسط عدد ناسلت سیستم (خط قرمز-پایینی) و تغییرات عدد ناسلت دیواره پایینی(خط آبی-پایینی) بر حسب عدد رایلی