

## بررسی اثر دیواره انعطاف‌پذیر بر پایداری لایه مرزی دو بعدی بلازیوس

علی محمد مؤمنی راد<sup>1</sup>، مهدی جهانگیری<sup>2</sup> و احمد صداقت<sup>3</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

### چکیده

بسیاری از گونه‌های آبی مانند دلفین‌ها و وال‌ها بدلیل داشتن پوشش انعطاف‌پذیر، با به تأخیر انداختن ناحیه گذار، قادر هستند به سرعت‌های بالا دست یابند. در کار حاضر احتمال به تأخیر افتادن ناحیه گذار جریان، در جریان 2 بعدی بلازیوس مورد بررسی قرار گرفته و از مدل صفحه/فنر کرامر<sup>4</sup> برای شبیه سازی سطح انعطاف‌پذیر استفاده شده است. برای بررسی پایداری خطی سمت سیال، با ساده سازی معادلات ناوراستوکس و قرار دادن اغتشاشات دو بعدی نمایی کوچک و استفاده از روش پایداری زمانی، معادله دیفرانسیل معمولی اورسامرفیلد، بدست آمد؛ سپس معادله اورسامرفیلد را با بدست آوردن جریان پایه بلازیوس و شرایط مرزی مربوط به سطح انعطاف‌پذیر، به صورت عددی حل شده است. نتایج نشان می‌دهند که با کاهش ضریب سختی ارتعاشی دیواره، ناحیه ناپایداری کوچکتر می‌شود؛ همچنین نشان داده شد که میرایی و تنش سطح تأثیر چندانی در عدد رینولدز بحرانی نداشته و فقط در شکل ناحیه ناپایداری تأثیر گذار است.

---

1- دانشجوی کارشناسی ارشد

2- دانشجوی کارشناسی ارشد

3- استادیار e-mail: sedaghat@cc.iut.ac.ir

4- keramer-

## 1- تاریخچه

پوشش انعطاف پذیر اولین بار توسط کرامر<sup>5</sup> بمنظور کاهش درگ شبیه سازی شد. هدف از این بررسی ارائه ی توجیهی برای سرعت بالای دلفین ها در شنا بود. در واقع کرامر، پوشش انعطاف پذیری طراحی کرد که خواص مکانیکی پوست دلفین را شبیه سازی کند. وی به این نتیجه رسید که پوشش انعطاف پذیر می تواند درگ را تا حدود 60% نسبت به پوشش صلب کاهش دهد. متأسفانه بیشتر کارهای تئوری و آزمایشگاهی که توسط محققین بعدی انجام شد تناقض های زیادی را با نتایج کرامر نشان می دهد. بعلاوه در تعداد قابل توجهی از تست ها، پوشش های انعطاف پذیر مشابه، درگ های بالاتری را نسبت به سطح صلب نشان دادند. دلیل این تناقض بوجود آمدن ناپایداری های سطحی القایی (FISI)، علاوه بر ناپایداری تولیمن - شیلیختینگ (TSI)، است که در اثر حضور مرز قابل انعطاف بوجود می آیند.

تئوری پایداری خطی لایه مرزی بلازیوس روی یک سطح انعطاف پذیر نشان داد که می توان با بکار بردن یک دیواره انعطاف پذیر مناسب، امواج TSI را پایدار کرد. هرچند حضور چنین پوشش انعطاف پذیری باعث ایجاد مودهای FISI می گردد ولی می توان با طراحی یک پوشش بهینه، پایداری را در جریان ایجاد کرد.

بنابراین سرعت بالای دلفین ها را بطور کلی می توان ناشی از 2 دلیل عمده دانست: 1- حداقل بودن درگ فشاری بدلیل شکل بهینه (آیرودینامیک) بدن دلفین. 2- انعطاف پذیر بودن پوست بدن دلفین که منجر به کاهش درگ اصطکاکی می شود.

## 2- مقدمه

بدلیل کاهش درگ اصطکاکی در وسایل آیرودینامیکی خارجی، جریان آرام به جریان درهم ترجیح داده می شود. بنابراین باید به دنبال روشی باشیم که

بوسیله آن جریان در بهینه ترین حالت خود قرار گیرد. امروزه از نظر تئوری و عملی تأیید شده است که استفاده از دیواره انعطاف پذیر، اساساً گذار جریان از آرام به درهم را می تواند به تعویق اندازد؛ بنابراین مطلوب است که مطالعات را از تعریف انواع مختلف درگ و ناپایداری هیدرودینامیکی آغاز کنیم.

دو نوع درگ فشاری و اصطکاکی در هنگام عبور جریان از روی جسم بوجود می آید که بطور بالقوه، مولفه درگ فشاری بزرگتر است؛ مخصوصاً زمانی که جدایی جریان اتفاق می افتد. درگ فشاری ناشی از اختلاف فشار جلو و عقب جسم می باشد و نیرویی ایجاد می کند که جسم را به سمت عقب فشار می دهد. خط جریانی کردن اجسام باعث می شود که قسمت عمده درگ فشاری حذف گردد. درگ اصطکاکی ناشی از شرط مرزی عدم لغزش بر روی سطح است؛ که در اثر تنش برشی لزج بر روی سطح آرام ایجاد می گردد. اگر لایه مرزی تشکیل شده روی سطح آرام باشد، مقدار درگ نسبتاً کمی خواهیم داشت؛ بنابراین نگهداری جریان در حالت آرام در رینولزهای بالا روش واضحی برای کاهش ضریب اصطکاک سطح خواهد بود. لذا توانایی دیواره انعطاف پذیر در کاهش درگ اصطکاکی بیانگر افزایش سرعت جسم و بهبود راندمان انرژی است. از طرفی جریان آرام بر روی جسم باعث کاهش قابل ملاحظه ی انتشار نویز و در نتیجه مخفی تر بودن جسم غوطه ور می گردد، بنابراین دیواره های انعطاف پذیر می توانند در کاربردهای آکوستیک نیز مفید واقع شوند.

وجود دیواره انعطاف پذیر در مسائل لایه مرزی چند نوع ناپایداری را ایجاد می کند. بطور کلی 3 روش طبقه بندی اساسی وجود دارد:

1- ناپایداری های مطلق<sup>6</sup> و انتقالی<sup>7</sup>: ساده ترین نوع

طبقه بندی است و چون وابسته به نوع دیواره نمی باشد، برای همه مسائل قابل استفاده است. ناپایداری انتقالی، به صورت گسترش اغتشاشات بوجود آمده، از

6 - absolute instabilities  
7 - convective instabilities

5 - kramer

جایی که رخ می دهند به پایین دست جریان تعریف می شود. بعلاوه ناپایداری ناشی از رشد اغتشاشات با زمان در یک مکان ثابت، که در گذشته به عنوان ناپایداری اغتشاشات شناخته می شد را ناپایداری مطلق می نامیم، که در آن سرعت انتقال اغتشاش صفر در نظر گرفته می شود و انرژی جنبشی اغتشاشات از نقطه مبدا خود جابجا نمی شود. این نوع اغتشاشات، در مکان خود به طور نامحدود رشد می کنند.

2- ناپایداری ناشی از سیال<sup>8</sup> و ناپایداری ناشی از دیوار<sup>9</sup>: دیواره های انعطاف پذیر خود عاملی برای تولید موج هستند. چنانچه در غیاب سیال یک تحریک آبی به دیواره انعطاف پذیر وارد کنیم، موج های سطحی در طول سطح به طرف خارج از نقطه تحریک منتشر می شوند که در واقع موج آزاد سطح هستند و در حضور سیال می توانند باعث بوجود آمدن ناپایداری شوند. از طرف دیگر این موج ها می توانند با موج های دیگر برهم کنش داشته باشند و ناپایداری ایجاد کنند؛ بنابراین سطوح انعطاف پذیر باعث ایجاد پدیده ای می شوند که به آن ناپایداری ناشی از دیوار یا ناپایداری های سطحی القایی<sup>10</sup> (FISI) می گویند. این نوع از ناپایداری که در دیوار رخ می دهد، خود نتیجه کنش سیال اطراف سطح انعطاف پذیر است. دیواره صلب این نوع از ناپایداری را ندارد.

ناپایداری های ناشی از سیال، اصلاح شده ناپایداری های جریان هستند که در حضور سطح صلب ایجاد می شود. مثال هایی از مودهای ناشی از سیال، موج های تولیمن - شیلیختینگ (TSI) (ناپایداری ریلی در لایه مرزی 2 بعدی) و ناپایداری های جریان متقاطع (در لایه مرزی 3 بعدی) هستند. 2 نوع اصلی از ناپایداری های ناشی از دیوار (هیدرو الاستیک) عبارتند از لرزش موج جابجا شده (TWF)<sup>11</sup> و

8 -flow based instabilities

9 -wall based instabilities

10 -flow induced surface instabilities

11 -travelling wave flutter

واگرایی<sup>12</sup>. واگرایی بر اساس تحریکی است که بوسیله نابالانسی بین نیروهای عکس العمل دیواره و نیروهای فشاری هیدرو دینامیکی ثابت بوجود آمده از اغتشاشات سیال بر روی سطح، ایجاد می شود. این ناپایداری از نوع ناپایداری مطلق است و حضور این ناپایداری باعث تخریب اثر دیواره انعطاف پذیر در به تأخیر انداختن گذار می شود. (TWF) از نوع ناپایداری انتقالی است، که ذاتاً بوسیله مکانیزم غیر لزج ایجاد می شود. مشخصه TWF سرعت فازی بالا، در حدود سرعت جریان آزاد، است و بوسیله انتقال بازگشت-ناپذیر انرژی از جریان به دیوار - که ناشی از کار انجام شده بوسیله فشار اغتشاشی است - رشد می کند. هر دو ناپایداری TWF و واگرایی، ناشی از مودهای موج آزاد دیواره انعطاف پذیر هستند و حضور ناپایداری های ناشی از دیوار امکان ترکیب با مودهای دیگر، به منظور تولید مودهای ناپایداری جدید را مطرح می کند.

3- طبقه بندی انرژی: وجود FISI انگیزه ای ایجاد کرد تا ناپایداری ها را بر اساس اثر تبادل انرژی بین سیال و دیوار و پاسخ به میرایی در دیوار طبقه بندی کنند. 3 نوع ناپایداری در این طبقه بندی وجود دارد:

کلاس (A) موجهای با انرژی منفی<sup>13</sup> (NEW): انتقال انرژی بازگشتناپذیر به/از دیواره انعطاف پذیر اثر پایدارسازی/ناپایدارسازی روی پایداری دارد. میرایی دیوار به ناپایداری این نوع مود منجر می شود.

کلاس (B) موجهای با انرژی مثبت<sup>14</sup> (PEW): میرایی دیوار باعث پایداری اعضای این کلاس می شود و اثر انتقال انرژی بازگشتناپذیر در سیستم دیوار/جریان مخالف ناپایداری کلاس A می باشد.

12 -divergence

13 -new energy waves

14 -positive energy waves

6-3

$$v_t + u v_x + v v_y + p_y = \frac{1}{\text{Re}} \Delta v$$

ترم‌های اغتشاشی را به صورت زیر به میدان‌های سرعت و فشار اعمال می‌کنیم:

$$u(x, y, t) = U(y) + \varepsilon \hat{u}(x, y, t) \quad 7-3$$

$$v(x, y, t) = 0 + \varepsilon \hat{v}(x, y, t) \quad 8-3$$

$$p(x, y, t) = p(x) + \varepsilon \hat{p}(x, y, t) \quad 9-3$$

با قرار دادن میدان‌های سرعت و فشار در معادلات ناویراستوکس و حذف ترم‌های  $O(\varepsilon^2)$  و کوچکتر خواهیم داشت:

$$\hat{u}_t + U \hat{u}_x + \hat{v} U_y + p_x - \frac{1}{\text{Re}} \Delta \hat{u} = 0 \quad 10-3$$

$$\hat{v}_t + U \hat{v}_x + p_y - \frac{1}{\text{Re}} \Delta \hat{v} = 0 \quad 11-3$$

$$\hat{u}_x + \hat{v}_y = 0 \quad 12-3$$

حال اغتشاشات را به صورت موج‌های گذرای یکبعدی که دامنه‌اشان در جهت  $y$  است<sup>16</sup>، در نظر می‌گیریم:

$$\hat{u}(x, y, t) = \text{Re}(\tilde{u}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)}) \quad 13-3$$

$$\hat{v}(x, y, t) = \text{Re}(\tilde{v}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)}) \quad 14-3$$

$$\hat{p}(x, y, t) = \text{Re}(\tilde{p}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)}) \quad 15-3$$

که در آن عدد موج  $\alpha$  و  $\omega = \alpha c$  فرکانس موج و  $\lambda = -i\omega = -i\alpha c$  یک عدد مختلط و ضریب زمان است و قسمت حقیقی آن سرعت رشد زمانی دامنه اغتشاشات را نشان دهد. با جایگذاری موج‌های اغتشاشی در 10-3 تا 12-3 داریم:

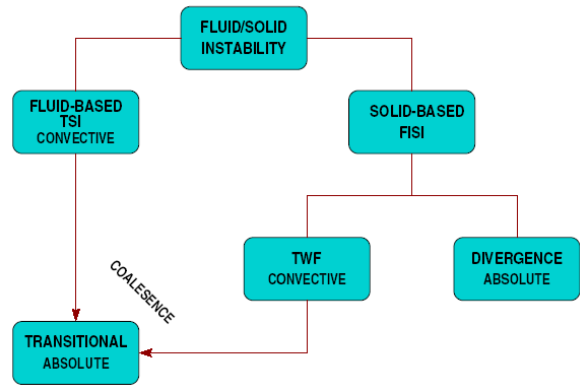
$$i\alpha \tilde{u} + \tilde{v}_y = 0 \quad 16-3$$

$$-i\omega \tilde{u} + U i \alpha \tilde{u} + U_y \tilde{v} + i \alpha \tilde{p} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{d^2}{dy^2} - \alpha^2 \right) \tilde{u} \quad 17-3$$

$$-i\omega \tilde{v} + U i \alpha \tilde{v} + \tilde{p}_y = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{d^2}{dy^2} - \alpha^2 \right) \tilde{v} \quad 18-3$$

از رابطه 16-3،  $\tilde{u}$  را بر حسب  $\tilde{v}$  در رابطه 17-3 جایگذاری کرده و نسبت به  $y$  مشتق می‌گیریم و  $\tilde{p}_y$  را

کلاس C: این نوع ناپایداری متأثر از تبادل انرژی و میرایی دیوار نیست. این نوع موج می‌تواند مشکلاتی را در ساخت و نگهداری پوشش ایجاد کند. ناپایداری TS یک مثال از ناپایداری کلاس A، TWF مربوط به کلاس B و واگرایی مربوط به کلاس C می‌باشند.



شکل 1: نمودار طبقه بندی انواع ناپایداری

### 3- بررسی تئوری معادلات حاکم

#### 1-3) بدست آوردن معادله اور سامرفیلد<sup>15</sup>:

معادلات ناویراستوکس دو بعدی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم، که در آن  $*$  نشاندهنده متغیرهای بعد دار هستند:

$$u_{x^*}^* + v_{y^*}^* = 0 \quad 1-3$$

$$u_t^* + u^* u_{x^*}^* + v^* u_{y^*}^* + \frac{1}{\rho} p_{x^*}^* = \nu \Delta u^* \quad 2-3$$

$$v_t^* + u^* v_{x^*}^* + v^* v_{y^*}^* + \frac{1}{\rho} p_{y^*}^* = \nu \Delta v^* \quad 3-3$$

با تعریف متغیرهای جدید بصورت  $v = \frac{v^*}{U_\infty}$ ،  $u = \frac{u^*}{U_\infty}$  و  $t = \frac{t^* U_\infty}{L}$  و  $y = \frac{y^*}{L}$ ،  $x = \frac{x^*}{L}$ ،  $p = \frac{p^*}{\rho U_\infty^2}$ ، جایگذاری در روابط 1-3 تا 3-3 به معادلات ناویراستوکس بی بعد به صورت زیر می‌رسیم:

$$u_x + v_y = 0 \quad 4-3$$

$$u_t + u u_x + v u_y + p_x = \frac{1}{\text{Re}} \Delta u \quad 5-3$$

<sup>16</sup> - Tollmien-schlichting waves

<sup>15</sup> - orr-sommerfeld

بدست آورده و در رابطه 3-18 جایگذاری کرده و پس از ساده سازی به رابطه زیر می‌رسیم:

$$19-3 \quad \frac{1}{\text{Re}}(\phi'''' - 2\alpha^2\phi'' + \alpha^4\phi) - i(\alpha U - \omega)(\phi'' - \alpha^2\phi) + i\alpha U''\phi = 0$$

که یک معادله دیفرانسیل معمولی (ODE) مرتبه 4 است که به آن معادله اورسامرفیلد می‌گویند. مقادیر ویژه این معادله، پایداری جریان پایه را تعیین می‌کند. بنابراین برای بررسی پایداری جریان در مسئله مورد نظر باید ابتدا جریان پایه و شرایط مرزی متناسب با مسئله بدست آید و سپس معادله اورسامرفیلد با این شرایط مرزی بصورت عددی حل گردد.

برای حل عددی معادله اورسامرفیلد باید آن را به دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول بصورت:

$$20-3 \quad u_y = Au$$

تبدیل کرد، که در آن :

$$21-3 \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ \phi' \\ \phi'' - \alpha^2\phi \\ \phi''' - \alpha^2\phi' \end{bmatrix}$$

$$22-3 \quad A(y, p) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \alpha^2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -i\alpha \text{Re}U''(y) & 0 & \gamma(y) & 0 \end{bmatrix}$$

$$23-3 \quad \gamma(y) = \lambda \text{Re} + \alpha^2 + i\alpha \text{Re}U(y)$$

(2-3) جریان پایه:

برای حل معادله اورسامرفیلد حاکم بر مسئله نیاز به دانستن  $U(y)$  در جریان پایه است. برای این منظور از حل تشابهی بلازیوس استفاده می‌کنیم. در این روش  $U(y) = f'(y)$  در نظر گرفته می‌شود که  $f(y)$  تابع بلازیوس است و معادله:

$$24-3 \quad f'''' + \frac{1}{2}ff'' = 0$$

را با شرایط مرزی:

$$25-3 \quad \begin{cases} f(0) = f'(0) = 0 \\ f'(y) \rightarrow 0 \quad \text{as } y \rightarrow \infty \end{cases}$$

ارضاء می‌کند. این معادله، یک معادله دیفرانسیل معمولی (ODE) مرتبه 3 است که برای حل آن می‌توان از روش عددی رانگ کوتاه (RK) استفاده کرد. بنابراین با این روش می‌توان جریان پایه مسئله مورد نظر را بدست آورد.

(3-3) شرایط مرزی:

بدلیل اینکه معادله اورسامرفیلد یک معادله مرتبه 4 است برای حل این معادله نیاز به 4 شرط مرزی داریم که دو شرط مرزی در بینهایت ( $y \rightarrow \infty$ ) و دو شرط مرزی روی سطح انعطاف‌پذیر<sup>17</sup> است.

(1-3-3) شرایط مرزی در بینهایت:

شرایط مرزی در بینهایت را به صورت:

$$\begin{cases} U(y) \rightarrow 1 \\ U'' \rightarrow 0 \end{cases} \quad \text{as } y \rightarrow \infty$$

در نظر می‌گیریم. با قرار دادن این شرایط در دستگاه معادلات مرتبه اول اورسامرفیلد (20-3)، ماتریس A بصورت زیر ساده می‌شود:

$$26-3 \quad A_{(\alpha, c, R_e)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \alpha^2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta^2 & 0 \end{pmatrix}$$

که یک ماتریس با مؤلفه‌های ثابت است و در آن  $\beta^2 = \lambda R_e + \alpha^2 + i\alpha R_e$  است. بنابراین شرایط

مرزی در بینهایت بصورت زیر خواهد بود:

$$27-3 \quad \phi'''' + \alpha\phi'' - \beta^2\phi' - \beta^2\alpha\phi = 0$$

$$28-3 \quad \phi'''' + \beta\phi'' - \alpha^2\phi' - \alpha^2\beta\phi = 0$$

(2-3-3) شرایط مرزی روی سطح انعطاف‌پذیر<sup>18</sup>:

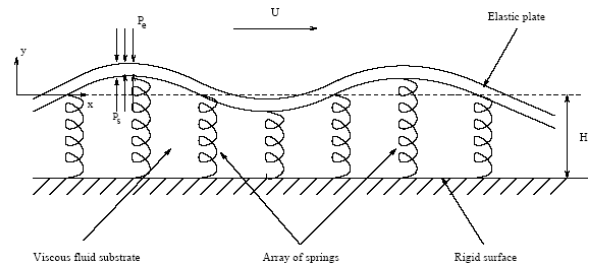
در کار ارائه شده سطح انعطاف‌پذیر نوع کرامر<sup>19</sup>-که یک مدل ساده صفحه و فنر است- مورد بررسی قرار گرفته است. در این نوع سطح، صفحه الاستیکی بر روی ردیفی از فنرها که به دیواره صلبی متصل هستند قرار می‌گیرد؛ همچنین می‌توان با یک سیال لزج نیز این صفحه را

<sup>17</sup> -compliant surface

<sup>18</sup> -compliant surface

<sup>19</sup> -keramer

پشتیبانی کرد که به صورت شماتیک در شکل 1 نشان داده شده است.



شکل 1: مدل تئوری یک پوشش انعطاف پذیر

بدین ترتیب ما یک سطح انعطاف پذیر ایزوتروپ خواهیم داشت که قابلیت جابجایی در جهت  $y$  را دارد در حالیکه نمی تواند در جهت  $x$  جابجا شود. جابجایی دیوار انعطاف پذیر را به شکل:

$$W(x,t) = \delta W_0 e^{i\alpha x + \lambda t} \quad 29-3$$

در نظر می گیریم که در آن  $\alpha$  عدد موج در جهت جریان و  $\delta$  ضخامت لایه مرزی و  $\lambda = -i\alpha c$  توان پایداری با سرعت موج مختلط  $c$  و دامنه بی بعد جابجایی صفحه است. معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت دیوار انعطاف پذیر بصورت:

$$\rho_m b \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + d \frac{\partial W}{\partial t} + B \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + k_E W = \delta p_s - \delta p_e \quad 30-3$$

ارائه شده است که در آن،  $k_E = k - g(\rho_e - \rho_s)$ ،  $k$  نشاندهنده ضریب فنر ترم مدل کننده صفتی فنر است و  $g$  نشاندهنده ضریب فنر  $\rho_e$  و  $\rho_s$  به ترتیب نشاندهنده چگالی سیال و چگالی لایه لزج است.  $B$  سختی موجی صفحه و  $T$  تنش عمودی و  $d$  ضریب میرایی و  $b$  ضخامت صفحه است.  $\delta p_s$  و  $\delta p_e$  به ترتیب نشاندهنده اغتشاشات فشار ناشی از سیال و لایه لزج بر روی صفحه است و  $\rho_m$  چگالی صفحه می باشد.

با قرار دادن شکل جابجایی سطح در معادله (30-3) و جایگذاری مدل اغتشاشات فشار به صورت  $\delta p_s = \rho_e U_\infty^2 \hat{p}_s \bar{w}$  و  $\delta p_e = \rho_e U_\infty^2 \hat{p}_e \bar{w}$  که

توسط کارپنتر و گاراد<sup>20</sup> ارائه شد و در آن  $\bar{w} = W/\delta$

است؛ معادله حاکم بر حرکت دیواره قابل انعطاف:

$$-\bar{\alpha}^2 \bar{c}^2 C_m - i \bar{\alpha} \bar{c} C_D + \bar{\alpha}^4 C_B + \bar{\alpha}^2 C_T + C_{KE} = \hat{p}_s - \hat{p}_e \quad 31-3$$

می شود، که در آن ضرائب بی بعد، که نشان دهنده مشخصات مکانیکی پوشش هستند به صورت زیر تعریف می گردند:

$$C_m = \frac{b \rho_m}{\rho_e \delta}, \quad C_D = \frac{d}{\rho_e U_\infty}, \quad C_B = \frac{B}{\rho_e \delta^3 U_\infty^2} \quad 32-3$$

$$C_T = \frac{T}{\rho_e \delta U_\infty^2}, \quad C_{KE} = \frac{k_E \delta}{\rho_e U_\infty^2}$$

حال به بررسی شرایط مرزی بر روی سطح انعطاف پذیر می پردازیم.

الف) شرط مرزی سینماتیکی:

چنانچه  $\zeta$  و  $\eta$  مختصات جدید سطح تغییر شکل یافته سطح انعطاف پذیر باشند که به ترتیب در راستای  $x$  و  $y$  صفحه مختصات هستند؛ آنگاه سرعت سطح عبارت خواهد بود از:

$$\xi_t = u(x_0 + \xi, y_0 + \eta, t) \quad 33-3$$

$$\eta_t = v(x_0 + \xi, y_0 + \eta, t)$$

که در آن  $y_0 = 0$  است. با بسط تیلور روابط بالا و حذف ترم های مرتبه بالاتر از 1 و فرض  $\zeta_t \approx 0$  و  $\zeta \approx 0$  به روابط زیر می رسیم:

$$0 = \hat{u}(x, 0, t) + U_y(0) \eta \quad 34-3$$

$$\eta_t = \hat{v}(x, 0, t) \quad 35-3$$

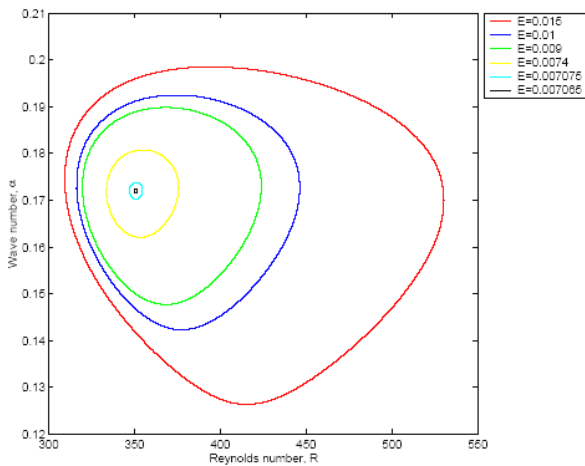
حال با وارد کردن اغتشاشات به فرم نمایی و استفاده از رابطه پیوستگی، شرط مرزی سینماتیکی بصورت:

$$c \phi_y + U_y(0) \phi = 0 \quad 36-3$$

بدست می آید، کسه در آن  $U_y(0) = 0.3320573371$  است که از حل

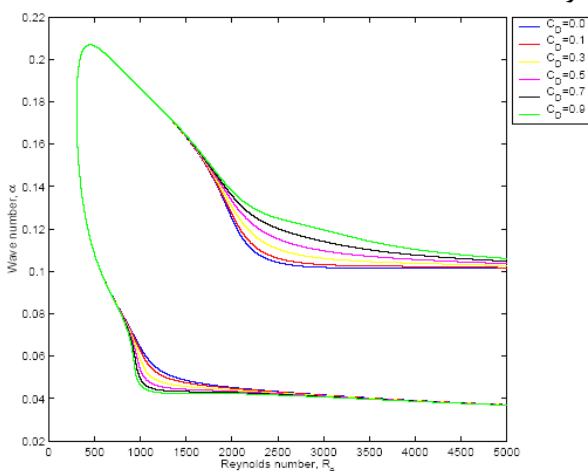
تشابهی جریان پایه بدست می آید.

ب) شرط مرزی دینامیکی:



شکل 3: بزرگ شده دماغه منحنی پایداری خنثی در نزدیکی نقطه بحرانی

هنگامی که  $E$  خیلی بزرگ است منحنی به منحنی خنثی لایه مرزی بلازیوس روی دیوار صلب تبدیل می‌شود. اثر تغییرات  $E$  به وضوح نشان می‌دهد که با کاهش  $E$  ناحیه ناپایداری کوچکتر می‌شود؛ منحنی‌های خنثی مدل صفحه/فنر نسبت به منحنی سطح صلب به سمت پائین و راست جابجا می‌شوند. کاهش  $E$  متناظر با کاهش سختی فنر ( $K$ ) و صلبیت موجی صفحه ( $B$ ) است؛ بنابراین سختی فنر مشخصه‌های ناپایداری در رینولدزهای بالا را تعیین می‌کند. شکل 3 بزرگ شده ناحیه نزدیک دماغه است و در آن  $E$  به  $0/007065$  نزدیک می‌شود که نقطه بحرانی است و ناحیه ناپایداری به یک نقطه تبدیل می‌شود.



شکل 4: اثر میرایی سطح انعطاف‌پذیر بر منحنی پایداری خنثی

چنانچه از معادله (3-17) و با استفاده از معادله (3-16)، دامنه اغتشاشات فشاری را بر حسب  $\tilde{v}$  بدست آوریم؛

با در نظر گرفتن  $\tilde{v} = \phi$  خواهیم داشت:

$$i\alpha \tilde{p} = \frac{1}{\alpha} (U\alpha - \omega)\phi' - U_y \phi + \frac{i}{\alpha \text{Re}} (\phi''' - \alpha^2 \phi') \quad 37-3$$

حال با استفاده از شرط سینماتیکی و دانستن اینکه  $\frac{\omega}{\alpha} = c$  می‌توان نشان داد که:

$$i\alpha p_e = \frac{i}{\alpha \text{Re}} (\phi'''(0) - \alpha^2 \phi'(0)) \quad 38-3$$

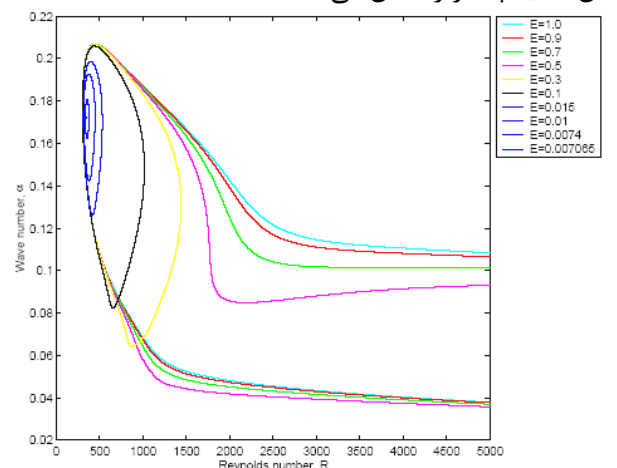
با فرض اینکه لایه لزج نداریم ( $p_s = 0$ ) و با جایگذاری روابط بالا در معادله (3-31) شرط مرزی دینامیکی بصورت:

$$ic(\phi'''(0) - \alpha^2 \phi'(0)) + \alpha \text{Re}(\alpha^2 c^2 C_m + i\alpha c C_D - \alpha^4 C_B - \alpha^2 C_T - C_{KE})\phi(0) = 0 \quad 39-3$$

خواهد بود.

#### 4- ارادته و تحلیل نتایج:

با در نظر گرفتن  $I_m(c) = 0$ ، معادله اورسامرفیلد بدست آمده از فصل قبل را می‌توان برای  $\alpha$ ،  $R_e$  و  $E$  مختلف حل نمود، که نمودار آن در شکل 2 ارائه شده است. بقیه پارامترها را ثابت در نظر گرفته و  $C_D$  و  $C_T$  را صفر قرار می‌دهیم. داخل منحنی ناحیه ناپایدار و بیرون آن ناحیه پایدار را نشان می‌دهد.

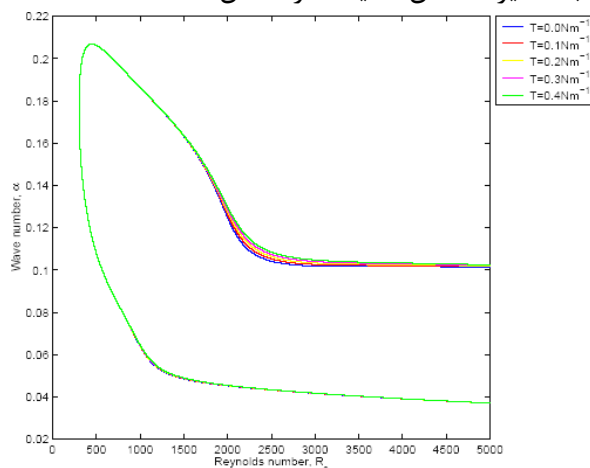


شکل 2: اثر E بر منحنی پایداری خنثی

## 5- مراجع:

- 1) P.G. Drazin and W.H. Reid, "Hydrodynamic Stability" Cambridge University Press, (1981).
- 2) L. Allen and T. J. Bridges, "Flow past a Swept Wing with Compliant Surface" Studies in Applied Mathematics 110 (2003) 333-349.
- 3) V. kumaran, "Classification of instabilities in the flow past flexible surfaces" Current Science, Vol, 79, No. 6 (2000) 766-773.
- 4) S. Shateyi and P. Sibanda and S. S. Motsa, "Three-dimensional stability of heated or cooled accelerating boundary layer flows over a compliant boundary" ANZIAM J. 44 ( 2002) (E) ppE55-E81.
- 5) P. W. Carpenter and C. Davies and A. D. Lucey, "Hydrodynamics and compliant walls: Does the dolphin have a secret?" Current Science, Vol, 79, No. 6 (2000) 758-765.
- 6) N. Banejee and P. Jayakumar, "Compliant Materials for Drag Reduction of High-speed Submerged Bodies" Defence Science Journal, Vol. 55, No. 1 (2005) 37-42.
- 7) V.D. DJORDJEVIĆ, "On The Fluid Flow Over A Compliant Wall" Mechanics, Automatic Control and Robotics Vol.2, No 10, 2000 pp. 1219 – 1232.
- 8) V. levinski and D. E. Levy and J. Cohen, "Effect of wall compliant on the hydrodynamic stability and transition delay of wall-jet flow" Fluid Dynamics Research 29 (2001) 115-134.

نقطه بحرانی به این دلیل اهمیت پیدا می کند که جریان برای  $E < E_c$  فوق العاده پایدار است و اعداد رینولدز ناحیه گذار بطور چشم گیری افزایش می یابد؛ این اثر نشان می دهد که استفاده از سطوح انعطاف پذیر می تواند درگ را با به تأخیر انداختن ناحیه گذار کاهش دهد.



شکل 5: اثر تغییرات ضریب تنش بر منحنی پایداری خنثی

شکل 4 و 5 اثرات تغییرات تنش و میرایی را نشان می دهد؛ بطوریکه میرایی اثر قابل توجهی روی عدد رینولدز مینیمم ناپایداری ندارد ولی در شکل ناحیه ناپایداری نسبتاً اثر گذار است، همچنین اثر غیر صفر بودن  $C_T$  نشان می دهد که تنش غیر صفر، اثر مهمی بر مشخصه های ناپایداری لایه مرزی دیوار انعطاف پذیر نمی گذارد.