

تحلیل ارتعاشی پوسته استوانه ای با طول محدود در تماس با سیال ایده آل

محسن محمدی

کارشناس ارشد-دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک
mohammadi_mo83@yahoo.com

مصطفی غیور

استادیار-دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک
ghayour@cc.iut.ac.ir

احمد صداقت

استادیار-دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک
sedaghat@cc.iut.ac.ir

چکیده

با هدف بررسی اثر سیال ایده آل بر فرکانسهای طبیعی پوسته استوانه‌ای، فرکانسهای طبیعی پوسته استوانه‌ای با طول محدود در حالت دوسر گیردار، در شرایط پر از سیال، غوطه ور در سیال و همچنین در تماس با سیال داخلی و خارجی به روش انتشار موج و همچنین توسط نرم افزار ABAQUS محاسبه شده و با فرکانسهای پوسته در خلأ مقایسه شده است. تطابق خوبی بین نتایج حاصل از روش انتشار موج و نرم افزار مذکور وجود دارد به علت حرکت بخشی از سیال به همراه پوسته در هنگام ارتعاش، فرکانسهای طبیعی کوپل شده پائین تر از فرکانسهای در خلأ می‌باشد. شکل مدهای کوپل شده مشابه شکل مدهای در خلأ می‌باشد اما فرکانسها و اندازه جابجائیهات متفاوتند. همچنین اثر پارامتر مود محیطی n و پارامتر مود طولی m و شرایط مرزی بر فرکانسهای پوسته در تماس با سیال داخلی و خارجی بررسی شده است. با افزایش n اختلاف بین فرکانس کوپل شده و در خلأ کاهش می‌یابد اما پس از عبور از فرکانس اصلی این اختلاف افزایش می‌یابد. پارامتر m و شرایط مرزی فقط در مدهای پایین مهم می‌باشند.

واژه های کلیدی: فرکانس طبیعی، سیال ایده آل، پوسته استوانه ای

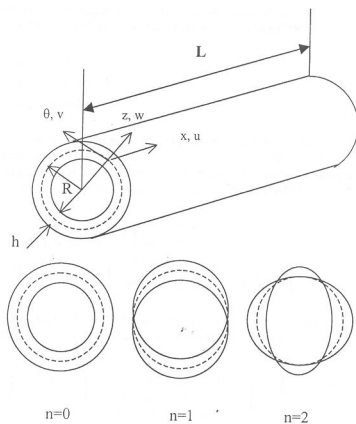
مقدمه

پوسته استوانه‌ای بخش اصلی تشکیل دهنده بسیاری از سازه های مکانیکی از جمله زیر دریایی ها و موشکها می باشد. مطالعه کاملی از کارهای انجام شده در زمینه ارتعاشات پوسته ها را می توان در [۲،۱] مشاهده کرد. همچنین انواع تئوری پوسته های نازک در [۳،۲] بیان شده است. همچنین جانگر کارهای انجام شده در زمینه خواص ارتعاشی آکوستیکی پوسته ها را در [۴] بیان نموده است. ارتعاشات آزاد و اجباری پوسته استوانه ای نامحدود توسط بلیچ و بارون [۵] بررسی شده است همچنین اثر وجود سیال داخلی و خارجی بر ارتعاشات پوسته استوانه ای نامحدود در کار و اربرتون [۶] قابل مشاهده است. رابطه تحلیلی مشخصی برای در نظر گرفتن اثرات لبه ای پوسته با طول محدود و غوطه ور در سیال وجود ندارد. همچنین در هنگام وجود سیال سنگین مانند آب به علت کوپل شونده گی قوی بین سازه و محیط آکوستیک امپدانس منتشر شده قابل صرف نظر نیست و حل اینگونه مسائل به دلیل وجود مکانیزم باز خوردی بین فشار منتشر شده و پاسخ سازه الاستیک، مشکل است. از روشهای مرسوم در حل مسائل ارتعاشات پوسته در

تماس با سیال روش تبدیل فوریه می‌باشد که در آن تبدیل فوریه معکوس مورد نیاز است و در تبدیل معکوس فوریه از روش باقیمانده ها [۸،۷] و یا از روش انتگرال کانتور [۹،۱۰] استفاده می‌شود که روشهای بسیار مشکلی در مقایسه باروش انتشار موج می‌باشند. یکی دیگر از روشها انتگرال گیری عددی در طول محور حقیقی در ناحیه عدد موج مختلط می‌باشد [۱۱] که برای جلوگیری از نقاط تکین در تابع انتگرال پوسته را با میرایی در نظر می‌گیرند. در این مقاله با استفاده از معادلات تئوری پوسته نازک لاو و بیان جابجائیهای پوسته به صورت امواج منتشر شده به صورت طولی و محیطی بر اساس روش انتشار موج [۱۲،۱۳] و در نظر گرفتن اثر سیال داخلی، اثر سیال خارجی، و اثر سیال داخلی و خارجی به طور همزمان، فرکانسهای طبیعی پوسته ای به طول محدود در حالت دوسرگیردار محاسبه شده و با فرکانسهای در خلأ مقایسه شده است سپس اثر پارامترهای مود محیطی n و مود طولی m و شرایط مرزی بر فرکانسهای پوسته در تماس با سیال داخلی و خارجی با روش انتشار موج بررسی شده است.

معادلات پوسته نازک استوانه ای

پوسته ای نازک با ضخامت یکنواخت h و طول L و شعاع R در شکل (۱) نشان داده شده است. سطح مرجع پوسته بر روی سطح میانی پوسته می‌باشد جایکه مختصات متعامد (x, θ, z) روی آن قرار دارد بطوریکه



شکل ۱- سیستم مختصات و شکل مدهای محیطی

$$\{\kappa_1, \kappa_2, \tau\} = \left\{ -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \frac{1}{R^2} \left(-\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right), \right. \\ \left. \frac{1}{R} \left(-\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} \quad (11)$$

با ترکیب روابط گفته شده و در نظر گرفتن بار انتشاری اطراف پوسته به صورت نیروی وارد بر واحد سطح می‌توان معادلات حرکت پوسته را به شکل زیر نوشت [۱۴]:

$$\frac{E h}{1-\nu^2} [L_D] U + \rho h \omega^2 [I] U = F \quad (12)$$

L_D اپراتورهای دیفرانسیلی برحسب θ, x بوده و U بردار جابجائی پوسته، ω فرکانس دایره‌ای، I ماتریس همانی، F بردار نیروهای وارد بر واحد سطح پوسته میباشد.

معادله فشار آکوستیک

سیال در تماس با پوسته استوانه‌ای، بدون ویسکوزیته و ایزوتروپ بوده و معادله موج آکوستیک (۱۳) را ارضا می‌کند. معادله موج یا معادله هلمهولتز را در مختصات استوانه‌ای به صورت زیر می‌نویسند [۱۳]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (13)$$

p فشار آکوستیک، c سرعت صوت در سیال میباشد.

جواب معادله موج برای امواج منتشر شده به سمت خارج پوسته استوانه‌ای به صورت ترکیبی از توابع بسل J و بسل Y می‌باشد و به تابع هنکل یا بسل نوع سوم معروف می‌باشد [۴] و آنرا با $H_n^{(1)}()$ و $H_n^{(2)}()$ یعنی هنکل نوع اول و نوع دوم نشان می‌دهند. بطوریکه هنکل نوع اول و دوم مزدوج هم می‌باشند:

$$H_n^{(2)}(x) = J_n(x) - i Y_n(x) \quad (14)$$

$i = \sqrt{-1}$ بوده و J و Y توابع بسل می‌باشند. جواب معادله موج برای امواج منتشر شده به سمت خارج پوسته به صورت (۱۵) میباشد [۱۵] که در آن P_{out} اندازه فشار و k_r عدد موج شعاعی r فاصله شعاعی از محور پوسته استوانه‌ای میباشد.

$$p = p_{out} H_n^{(2)}(k_r r) \cos(n\theta) e^{(i\omega t - ik_x x)} \quad (15)$$

شکل امواج منتشر شونده به سمت داخل پوسته به گونه‌ای است که پاسخ معادله فشار برای این امواج بر حسب تابع بسل J بیان میشود [۱۵]

$$p = p_{in} J_n(k_r r) \cos(n\theta) e^{(i\omega t - ik_x x)} \quad (16)$$

p_{in} اندازه فشار منتشر شده در داخل پوسته و n بیانگر پارامتر مود محیطی پوسته استوانه‌ای و ω فرکانس دایره‌ای و k_x عدد موج طولی ایجاد شده در پوسته است که با پارامتر مود طولی پوسته m یعنی تعداد نیم موجهای طولی ایجاد شده رابطه دارد و بر اساس شرایط مرزی مشابه در یک تیر ساده بدست می‌آید [۱۶] مثلاً در شرایط دوسر گیر دار $k_x = (2m+1)\pi/2L$ می‌باشد. عدد مود مربوط به برخی شرایط مرزی در جدول ۱ قابل مشاهده می‌باشند. تکیه گاه ساده با SS ، تکیه گاه گیردار با C ، تکیه گاه غلتکی با SL نشان داده می‌شود و F تکیه گاه آزاد در انتهای پوسته می‌باشد.

شرط مرزی سطح مشترک سیال و پوسته

در هنگام ارتعاش پوسته و سیال برای اطمینان از اینکه سیال و پوسته از هم جدا نمی‌شوند جابجائی شعاعی سیال و جابجائی شعاعی پوسته در سطح

x در راستای طولی θ در راستای محیطی و z در راستای شعاع پوسته می‌باشد. پوسته ایزوتروپیک با مدول الاستیسیته E ضریب پواسون ν و دانسیته جرمی ρ می‌باشد.

معادلات حرکت پوسته استوانه‌ای بر اساس تئوری لایه بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} - \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} - \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{N_\theta}{R} - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

t زمان بوده و W, V, u مولفه‌های بردار جابجائی به ترتیب در راستاهای x, θ, z می‌باشند. نیروهای برآیند $N_x, N_\theta, N_{x\theta}$ و ممانهای برآیند به صورت زیر با کرنشها و انحناهای سطح مرجع رابطه دارند:

$$\{N\} = [S] \{\mathcal{E}\} \quad (4)$$

$$\{N\} = \{N_x, N_\theta, N_{x\theta}, M_x, M_\theta, M_{x\theta}\}^T \quad (5)$$

$$\{\mathcal{E}\} = \{e_1, e_2, \gamma, \kappa_1, \kappa_2, 2\tau\}^T \quad (6)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (7)$$

بطوریکه A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} به ترتیب سختی کششی، کوپلینگ و سختی خمشی بوده و عبارتند از:

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}(1, z, z^2) dz \quad (8)$$

در یک پوسته نازک که به صورت تنش صفحه‌ای فرض می‌شود Q_{ij} سختی کاهش یافته بوده و عبارتست از:

$$[Q_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{E\nu}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{E\nu}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

در رابطه (۶) e_1, e_2, γ کرنشهای سطح مرجع و κ_1, κ_2, τ انحناهای سطح مرجع می‌باشند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\{e_1, e_2, \gamma\} = \left\{ \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right), \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right\} \quad (10)$$

شرایط مرزی	عدد موج طولی
آزاد - آزاد	$k_x L = (2m + 1)\pi / 2$
آزاد - تکیه گاه غلتکی	$k_x L = (4m - 1)\pi / 4$
تکیه گاه گیردار - آزاد	$k_x L = (2m - 1)\pi / 2$
آزاد - تکیه گاه ساده	$k_x L = (4m + 1)\pi / 4$
تکیه گاه ساده - تکیه گاه ساده	$k_x L = m\pi$
تکیه گاه ساده - تکیه گاه گیردار	$k_x L = (4m + 1)\pi / 4$
دوسر تکیه گاه گیردار	$k_x L = (2m + 1)\pi / 2$
تکیه گاه گیردار - غلتکی	$k_x L = (4m - 1)\pi / 4$
غلتکی - غلتکی	$k_x L = m\pi$
غلتکی - تکیه گاه ساده	$k_x L = (2m - 1)\pi / 2$

$$FL = -\frac{\rho_f \omega^2}{k_r} \left(\frac{J_n(k_r R)}{J'_n(k_r R)} \right) \quad (22)$$

$$FL = \frac{\rho_f \omega^2}{k_r} \left(\frac{H_n^{(2)}(k_r R)}{H_n'^{(2)}(k_r R)} - \frac{J_n(k_r R)}{J'_n(k_r R)} \right) \quad (23)$$

بطوریکه J', H' مشتق توابع هنکل و بسل نسبت به آرگومان $k_r R$ می باشند. از طرفی عدد موج شعاعی k_r و عدد موج طولی k_x برای ارضاء شرایط انتشار و کاهش موج از طریق رابطه برداری $k_r^2 + k_x^2 = k_0^2$ باهم رابطه دارند [۵] بطوریکه در آن $k_0 = \omega/c$ عدد موج آکوستیک سیال و c سرعت صوت در سیال می باشد. بنابراین آرگومان توابع بسل و هنکل در معادله (۲۰) برحسب ω بوده و ازحل این معادله متعالی مختلط فرکانس پوسته بدست می آید. در صورتیکه $FL=0$ معادله (۲۰) به معادله فرکانسی پوسته درخلاً تبدیل می شود که ریشه های آن برای جستجوی ریشه های معادله (۲۰) مورد استفاده قرار می گیرد.

مدلسازی در ABAQUS

برای مدلسازی پوسته نازک می توان از المانهای S4R و یا S8R استفاده کرد و مدول الاستیک، ضریب پواسون، دانسیته جرمی و ضخامت پوسته به نرم افزار داده می شود. برای مدلسازی سیال می توان از المانهای آکوستیک AC3D4 و یا AC3D8 استفاده نمود و دانسیته جرمی سیال و مدول بالک (K_f) به نرم افزار داده شده و خود نرم افزار از طریق رابطه

$$c = \sqrt{\frac{K_f}{\rho_f}} \quad (24)$$

به محاسبه سرعت صوت می پردازد. برای مدلسازی شرایط کوپلینگ می توان از اعمال قید Tie در سطح مشترک سیال و سازه استفاده کرد و یا از المانهای ASI استفاده نمود. همچنین برای مدلسازی محیط بینهایت سیال و شرط انتشار وعدم بازگشت امواج می توان از سطوح امیدانس و بالمانهای بینهایت سیال بهره برد که در مورد سطح امیدانس دودستور SIMPEDANCE و یا IMPEDANCE قابل استفاده می باشند

فرمول تقریبی

جانگر و فیت [۴] یک فرمول تقریبی برای محاسبه فرکانس پوسته استوانه-ای غوطه وردر سیال برای $n > 0$ بدست آورده اند:

$$\Omega_{mn} = \frac{[(1-v^2)(k_x R/k_s R)^4 + \beta^2 (k_s R)^4]^{1/2}}{(1 + (\rho_f/\rho)(1/k_s h)(n^2/n^2 + 1))^{1/2}} \quad (25)$$

بطوریکه $\beta^2 = \frac{1}{12} (h/R)^2$ و $k_s = [(n/R)^2 + k_x^2]^{1/2}$ می باشند. درحالت پوسته درخلاً رابطه (۲۵) به شکل (۲۶) درخواهد آمد که مشابه رابطه ایست که سودل [۳] بدست آورده است

$$\Omega_{mn} = [(1-v^2)(k_x R/k_s R)^4 + \beta^2 (k_s R)^4]^{1/2} \quad (26)$$

پارامتر بی بعد فرکانس می باشد رابطه بین اعداد موج طولی و شعاعی برحسب Ω را می توان به صورت صورت $(k_x R)^2 + (k_r R)^2 = \left(\frac{c_l}{c}\Omega\right)^2$ نوشت [۱۱] که در آن

c_l سرعت انتشار موج در پوسته می باشد.

بحث بروی نتایج

معادله فرکانسی بدست آمده دارای دو قسمت است که با صفر قراردادن

مشترک آنها برابری باشد [۵] شرط کوپل شدن سیال و پوسته به صورت (۱۷) می باشد:

$$-\frac{\partial p}{\partial r} = i \omega \rho_f \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{r=R} \quad (17)$$

که در آن ρ_f دانسیته سیال می باشد.

روش انتشار موج

دراین روش جابجائیهای پوسته به صورت امواج طولی و محیطی به صورت (۱۸) در نظر گرفته می شود که در آن U_m, V_m, W_m اندازه جابجائی ماکزیمم به ترتیب در راستای طولی، محیطی و شعاعی میباشند.

$$\begin{aligned} u &= U_m \cos(n\theta) e^{(i\omega t - ik_x x)} \\ v &= V_m \sin(n\theta) e^{(i\omega t - ik_x x)} \\ w &= W_m \cos(n\theta) e^{(i\omega t - ik_x x)} \end{aligned} \quad (18)$$

جابجائیها (۱۸) و فشار های آکوستیک (۱۵) و (۱۶) ایجاد شده روی سطح خارجی و داخلی پوسته در معادله (۱۲) قرار داده میشوند و با در نظر گرفتن رابطه (۱۷) یعنی کوپل شدن سیال و پوسته سه معادله خطی برحسب U_m, V_m, W_m بدست می آید [۱۷]:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} - FL \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_m \\ V_m \\ W_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

که در آن C_{ij} ثابتهای برحسب $E, h, \nu, n, k_x, R, \omega$ بوده و FL اثر وجود سیال است که از طریق شرط کوپل شوندگی سیال و سازه در معادلات ایجاد شده است پس از بسط دترمینان ضرایب، معادله زیر بدست می آید [۱۶]:

$$A(\omega) + B(\omega)FL = 0 \quad (20)$$

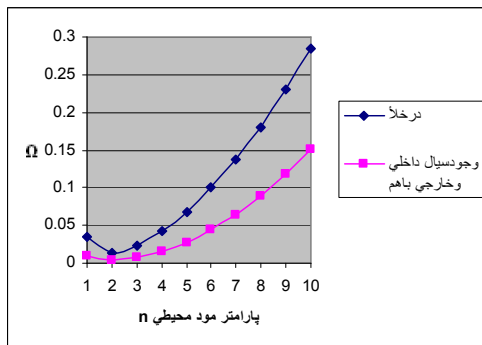
$A(\omega), B(\omega)$ چند جمله ای هائی برحسب ω بوده و FL در شرایط وجود سیال خارجی به صورت (۲۱)، در شرایط وجود سیال داخلی به صورت (۲۲) و در صورت وجود سیال داخلی و خارجی به صورت (۲۳) خواهد بود [۱۷]:

$$FL = \frac{\rho_f \omega^2}{k_r} \left(\frac{H_n^{(2)}(k_r R)}{H_n'^{(2)}(k_r R)} \right) \quad (21)$$

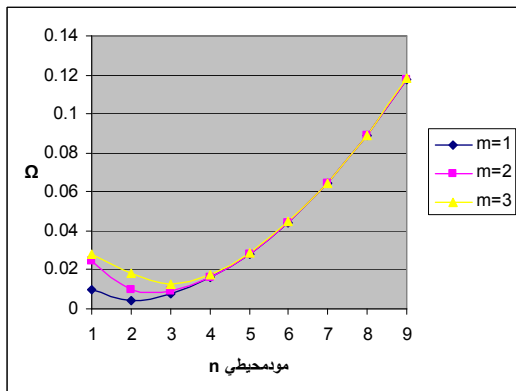
جدول ۴- فرکانس (هرتز) پوسته در شرایط مختلف با نرم افزار ABAQUS

شکل مود (m,n)	نرم افزار ABAQUS		
	در خلأ	غوطه ور در آب	پراز آب
(۱و۲)	۱۲/۰۶	۴/۷۱	۴/۸۸
(۱و۳)	۲۰/۱۰	۹/۴۰	۹/۶۰
(۲و۳)	۲۳/۶۲	۱۱/۱۱	۱۱/۱۵
(۲و۴)	۳۹/۱۰	۲۱/۲۵	۱۸/۲۲
(۳و۳)	۳۱/۹۹	۱۴/۹۵	۱۴/۷۲

برای بررسی اثر پارامتر n ، فرکانسهای طبیعی پوسته در تماس با سیال داخلی و خارجی در شکل ۲ با فرکانس های پوسته در خلأ مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می شود ابتدا با افزایش n ، اختلاف بین فرکانس کوپل شده و فرکانس در خلأ کاهش می یابد اما پس از عبور از فرکانس اصلی این اختلاف رو به افزایش می باشد و در مودهای محیطی بالاتر اختلاف به مراتب بیشتر است.



شکل ۲- تغییرات فرکانس Ω پوسته در خلأ و پوسته در تماس با سیال داخلی و خارجی با n در حالت دو سر گیردار



شکل ۳- تغییرات فرکانس بی بعد Ω برای پوسته در تماس با سیال داخلی و خارجی با m در حالت دوسرگیردار

همچنین برای بررسی اثر پارامتر m فرکانسهای پوسته در تماس با سیال داخلی و خارجی در مودهای مختلف در شکل ۳ مقایسه شده اند و همانطور که مشاهده می شود پارامتر m تنها در مورد مودهای پایین اهمیت داشته

در قسمت دوم آن به معادله فرکانسی پوسته در خلأ تبدیل می شود که از حل آن فرکانس طبیعی پوسته در خلأ بدست می آید. اما معادله فرکانسی ارتعاشات کوپل شده سیال و پوسته به علت وجود توابع بسل و هنکل و مشتقاتشان یک معادله مختلط متعالی^۱ بوده و حل آن بسیار مشکل است. به علت وجود سیال در اطراف پوسته به هنگام ارتعاش، بخشی از جرم سیال به همراه پوسته حرکت میکند لذا طبق رابطه پایه ای $\omega = \sqrt{K/M}$ به علت افزایش جرم، فرکانس کوپل شده کم تر از فرکانس در خلأ می باشد لذا برای پیدا کردن ریشه ها باید از فرکانس در خلأ به عنوان نقطه شروع جستجوی ریشه استفاده کرد و به ریشه مورد رسید. همانطور که در جداول ۲ الی ۴ مشاهده میشود وجود سیال در داخل یا خارج پوسته همچنین در دو طرف پوسته باعث کاهش قابل توجهی در فرکانسهای طبیعی می شود. در هنگام وجود سیال داخلی یا خارجی مقدار فرکانسها به طور تقریبی به نصف کاهش می یابد. فرکانسهای پوسته غوطه ور با فرمول تقریبی [۱] نیز مقایسه شده و مشاهده می شود که فرکانسهای بدست آمده از روش انتشار موج و ABAQUS و فرمول تقریبی با هم تطابق خوبی دارند. فرکانسهای پوسته ای به طول ۲۰ متر و شعاع یک متر و ضخامت یک سانتیمتر با مدول الاستیسیته ۲۱۰ گیگا پاسکال و ضریب پواسون ۰/۳ و دانسیته ۷۸۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب در شرایط مرزی دو سرگیر دار در حالات مختلف بدست آمده است. سیال مورد نظر، آب با دانسیته ۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب و سرعت صوت ۱۵۰۰ متر بر ثانیه می باشد

جدول ۲- فرکانس (هرتز) پوسته غوطه ور

شکل مود (m,n)	روش انتشار موج	ABAQUS	فرمول تقریبی [۱]
(۱و۲)	۴/۹۵	۴/۷۱	۶/۱۵
(۱و۳)	۸/۹۵	۹/۴۰	۱۰/۵۴
(۲و۳)	۱۰/۶۶	۱۱/۱۱	۱۲/۲۰
(۲و۴)	۱۸/۷۱	۲۱/۲۵	۲۰/۵۴
(۳و۳)	۱۴/۷۳	۱۴/۹۵	۱۶/۲۲

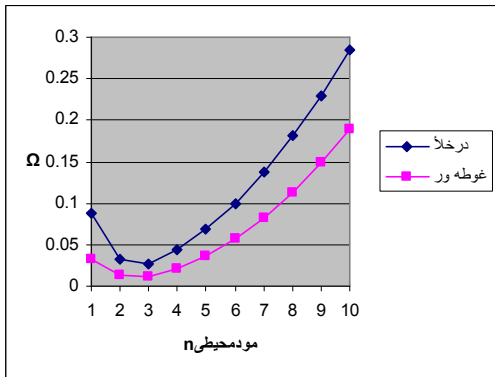
جدول ۳- فرکانس (هرتز) پوسته در شرایط مختلف با روش انتشار موج

شکل مود (m,n)	روش انتشار موج		
	در خلأ	غوطه ور در آب	پراز آب
(۱و۲)	۱۲/۱۷	۴/۹۵	۴/۹۳
(۱و۳)	۱۹/۶۱	۸/۹۵	۸/۹۴
(۲و۳)	۲۳/۲۸	۱۰/۶۶	۱۰/۶۴
(۲و۴)	۳۷/۳۷	۱۸/۷۱	۱۸/۷۳
(۳و۳)	۳۱/۹۸	۱۴/۷۳	۱۴/۶۶

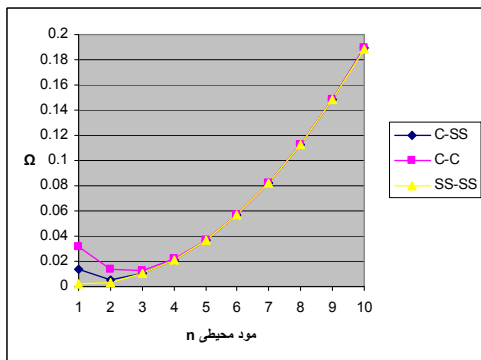
شکل مودهای بیان شده در جدول های ۲ تا ۴ به صورت (m,n) می باشد که m عدد مودال^۲ در راستای طولی و n عدد مودال در راستای محیطی پوسته می باشد. بر خلاف تیرها که با افزایش عدد مود فرکانس افزایش می یابد در پوسته ها چنین رویه ای وجود ندارد به عنوان مثال مود (2,2) می تواند از مود (2,3) بیشتر باشد [۱۷].

¹ - Complex Transcendental Equation

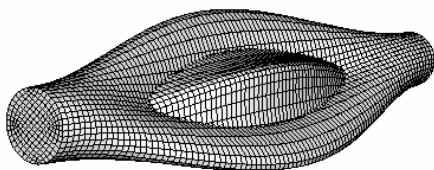
² - Modal Number



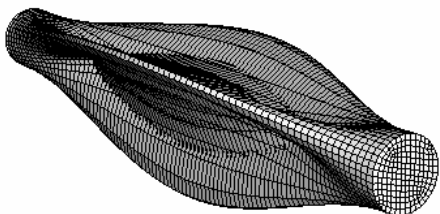
شکل ۶- اثر پارامتر مود محیطی بر فرکانسهای طبیعی پوسته غوطه ور



شکل ۷- اثر شرایط تکیه گاهی بر فرکانسهای پوسته غوطه ور

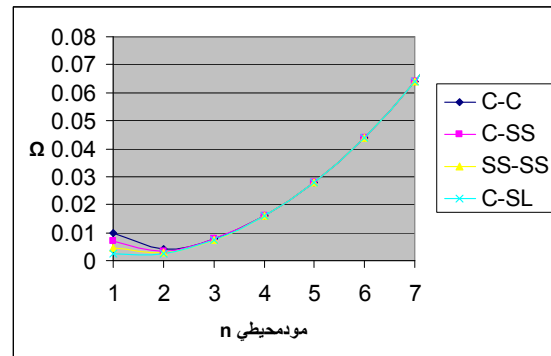


شکل ۸ - شکل مود (۱،۲) پوسته درخلأ



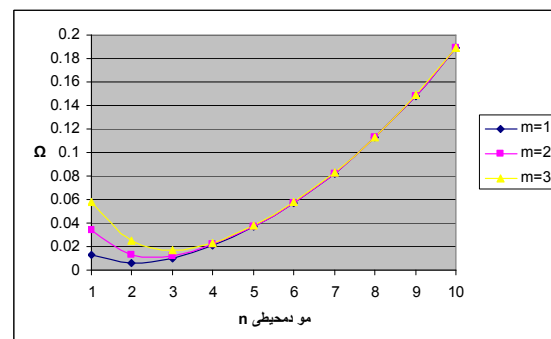
شکل ۹ - شکل مود (۱،۳) پوسته درخلأ

و در مودهای بالا پارامتر n برای معرفی مود مورد نظر کافی می باشد. همچنین برای بررسی اثر شرایط تکیه گاهی پوسته بر فرکانسهای طبیعی پوسته در تماس با سیال داخلی و خارجی فرکانسهای آن در شرایط تکیه گاهی مختلف در شکل ۴ مقایسه شده اند. همانطور که در شکل ۴ مشاهده می شود اثر شرایط تکیه گاهی تنها در مودهای پایین مورد اهمیت می باشد. و در شرایط مرزی مختلف در شرایط دوسرگیردار بالاترین فرکانس و در شرایط یک سر گیردار و یک سر تکیه گاه غلتکی پایین ترین فرکانس در مود مشابه بدست می آید.



شکل ۴ - تغییرات فرکانس بی بعد Ω برای پوسته در تماس با سیال داخلی و خارجی در شرایط تکیه گاهی مختلف

نتایج مشابهی را می توان درباره یک پوسته غوطه ور در سیال مشاهده نمود (شکل های ۵ الی ۷)

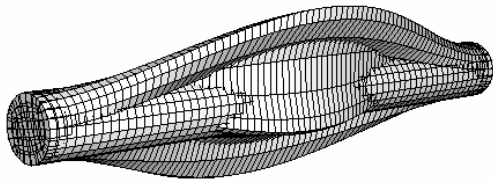


شکل ۵- اثر پارامتر مود طولی بر فرکانسهای طبیعی پوسته غوطه ور

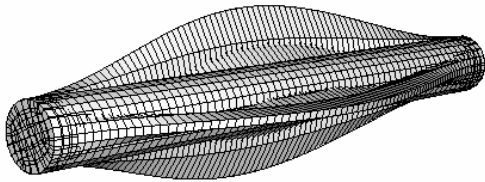
وجود سیال در اطراف پوسته چه در داخل و یا خارج پوسته همانطور که در مودهای بدست آمده توسط ABAQUS مشاهده می شود (شکل های ۸ تا ۱۹) تأثیری بر شکل مودها نداشته و شکل مودهای پوسته درخلأ حفظ شده و فقط فرکانسهای طبیعی و اندازه جابجائیها تغییر می نماید و این مطلب فرض و ربرتون [۵] در حل پوسته در تماس با طول بینهایت و در تماس با سیال را تصدیق می کند.

نتیجه گیری

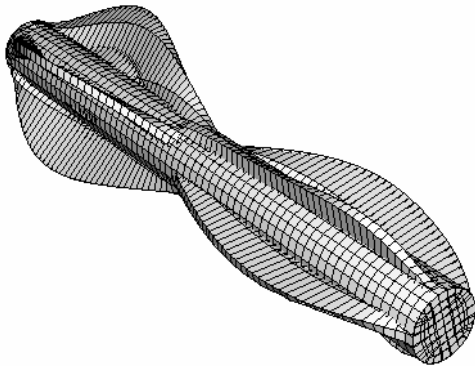
فرکانسهای طبیعی و شکل مودهای پوسته استوانه ای در خلأ، غوطه ور در سیال، در تماس با سیال داخلی و خارجی با روش انتشار موج و توسط نرم افزار ABAQUS بدست آمد و تطابق خوبی بین نتایج مشاهده شد. همچنین مشاهده شد که شکل مودهای پوسته در اثر وجود سیال تغییر نمی کند و تنها فرکانسها و اندازه جابجائیها تغییر می کند.



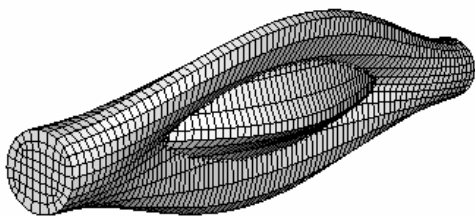
شکل ۱۴ - شکل مود (۱،۲) پوسته پراز آب



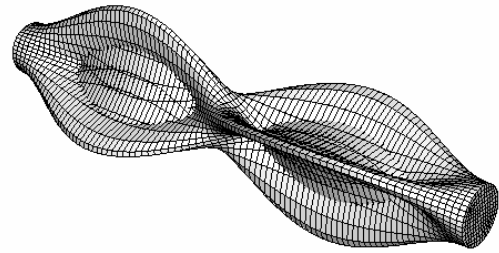
شکل ۱۵ - شکل مود (۱،۳) پوسته پراز آب



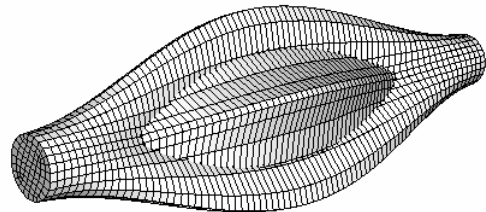
شکل ۱۶ - شکل مود (۲،۳) پوسته پراز آب



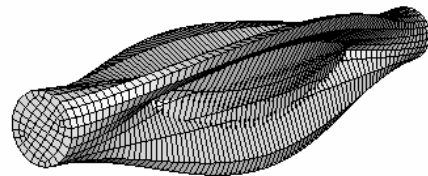
شکل ۱۷ - شکل مود (۱،۲) پوسته پراز آب و غوطه ور



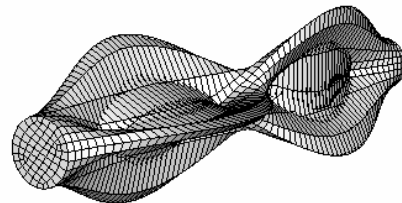
شکل ۱۰ - شکل مود (۲،۳) پوسته درخلاً



شکل ۱۱ - شکل مود (۱،۲) پوسته غوطه ور



شکل ۱۲ - شکل مود (۱،۳) پوسته غوطه ور



شکل ۱۳ - شکل مود (۲،۴) پوسته غوطه ور

7- C.R.Fuller and F.J.Fahy,1982,Characteristics of wave propagation approach and energy distribution in cylindrical elastic shells filled with fluid,Journal of Sound and Vibration,Vol. 81(4),pp.501-518

8- M.B.Xu , 2003 , Three methods for analyzing forced vibration of a fluid-filled cylindrical shell , Applied Acoustics,Vol.64,pp.731-752

9- Feit D,Liu YN , 1985 , The near field response of a line driven fluid-loaded plate , Journal of the acoustical society of America ,Vol .78,pp 763-766

10- Xu MB , Zhang XM,Zhang WH, 1999,Space-harmonic analysis of input power flow in a periodically stiffened shell filled with fluid, Journal of Sound and Vibration,Vol.26, pp531-546

11- Xu MB , Zhang XM , 1998, Vibrational power flow in a fluid-filled cylindrical shell,Journal of sound and Vibration,Vol.27,pp.587-598

12- X.M Zhang , G.R.Liv , K.Y.Lam , 2001 , Vibration analysis of thin cylindrical shells using wave Propagation Approach , Journal of Sound & Vibration . Vol. 239 (3) ,pp. 397-463

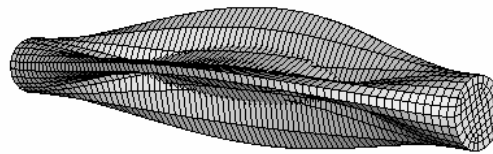
13- Li et al. , 2005 , Study on applicability of modal analysis of thin finite length cylindrical shells using wave propagation approach , Journal of Zhejiang University SCIENCE ,Vol. 10,pp.1122-1127

14- B.Laulagnet and J.L.Guyader,1989,Modal analysys of a shell's acoustic radiation in light and heavy fluids,Journal of Sound and Vibration Vol.131,pp.397-415

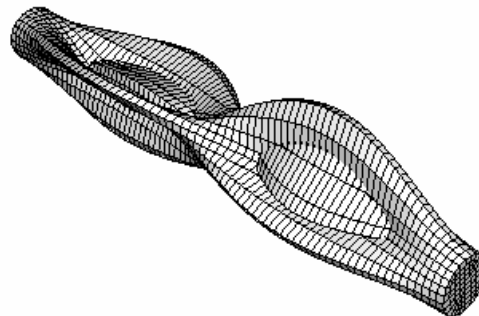
15- Morse PM,Ingard KU,1968, Theoretical acoustics, New York,McGraw-Hill Book Company

16- Blevins RD ,1979 ,.Formulas for natural frequency and mode shapes.New York:Van Nostrand Reinhold

۱۷- محسن محمدی،۱۳۸۵،آنالیز و بررسی ارتعاشات پوسته غوطه ور در سیال و بررسی اثر محیط بر فرکانسهای طبیعی و رفتار دینامیکی پوسته،پایان نامه کارشناسی ارشد،دانشکده مهندسی مکانیک،دانشگاه صنعتی اصفهان



شکل ۱۸ - شکل مود (۱،۴) پوسته پراز آب و غوطه ور



شکل ۱۹ - شکل مود (۲،۲) پوسته پراز آب و غوطه ور

اثر پارامتر مود طولی m و پارامتر مود محیطی n و شرایط مرزی بر فرکانسهای کوپل شده بررسی شد و مشاهده گردید که با افزایش n اختلاف بین فرکانس کوپل شده و در خلا کاهش می یابد اما پس از عبور از فرکانس اصلی این اختلاف رو به افزایش است.

اثر m و شرایط مرزی تنها در مودهای پائین مهم است و در مودهای بالا برای معرفی مود مورد نظر پارامتر n کافی می باشد.

مراجع

1- Mohamad S Qatu , 2002 ,Recent research advances in the dynamic behavior of shells,Journal of Applied Mechanics,Vol.55,No.5,pp.415-436

2- Arthur W.Leissa ,1993,Vibration of shells , Scientific and technical information office ,Washingon , DC

3- Werner Soedel , 1981 ,Vibration of shells and plates , Marcel Dekker,Inc.New York and Basel

4- M.C.Junger and Feit,1986, Sound,Structure and Their Interaction,Cambridge,MA:MIT press

5- H.H.Bleich and M.L.Baron ,1954 , Free and forced Vibration of infinitely long cylindrical shell in an acoustic medium ,Journal of applied mechanics,pp167-177

6- G.B.Warburton ,1961 , Vibration of cylindrical shell in an acoustic medium , Journal of Mechanical Engineering Science ,Vol.3 ,No.1 ,pp.69-79