

مدل سازی میکروجریان‌ها با استفاده از روش اختلال

محمدصادق خلیلی^۱، محسن ثقفیان^۲، احمد صداقت^۳، ابراهیم شیرانی^۴

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک تبدیل انرژی، دانشگاه صنعتی اصفهان؛ ms.khalili@yahoo.com
^۲ استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان؛ saghafian@cc.iut.ac.ir
^۳ استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان؛ sedaghat@cc.iut.ac.ir
^۴ استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان؛ eshirani@cc.iut.ac.ir

چکیده

در این تحقیق شیوه‌ی جدیدی از مدل‌سازی میکروجریان‌ها ارائه گردیده است. اساس این روش، توسعه‌ی معادلات پیوسته‌ی حاکم بر دینامیک سیال با استفاده از بسط‌های اختلالی میدان‌های سرعت، فشار، دانسیته و دما می‌باشد. در کار حاضر به کمک بسط‌های اختلالی سه‌جمله‌ای و بر حسب عدد نودسن، سه مرتبه از معادلات نسبت به عدد نودسن استخراج شده است. شرایط مرزی لازم برای حل هر مرتبه از این معادلات، از طریق جایگزاری بسط‌های اختلالی در شرایط مرزی کلی برای لغزش سرعت و پرش دما حاصل شده است. این مجموعه از معادلات در حالت دوبعدی با استفاده از روش حجم محدود و بر روی یک شبکه‌ی جابجاشده گسسته‌سازی شده‌اند. به منظور حل مجموعه‌ی معادلات گسسته‌سازی شده، یک برنامه‌ی کامپیوتری سه‌بخشی تدوین شده است. هر بخش از این برنامه یک مرتبه از معادلات را با استفاده از الگوریتم سیمپل حل می‌کند. جریان‌های تراکم‌ناپذیر و لغزشی میکروپویزیبل^۱ و میکروکوئنت^۲، با استفاده از روش اختلال^۳ هم به صورت تحلیلی و هم به صورت عددی حل شده‌اند. در اعداد نودسن نسبتا پایین، توافق بسیار خوبی بین نتایج تحلیلی و عددی یافت می‌شود. با افزایش عدد نودسن، نتایج عددی به تدریج از نتایج تحلیلی فاصله می‌گیرند. همچنین نتایج حاصل از این روش، با نتایج حاصل از مدل‌های لغزشی مختلف مقایسه شده است.

کلمات کلیدی: میکروجریان، روش اختلال، جریان لغزشی، میکروپویزیبل، میکروکوئنت

مقدمه

رژیم جریان بر اساس عدد نودسن به چهار دسته تقسیم می‌گردد: رژیم پیوسته ($Kn < 0.01$)، رژیم لغزشی ($0.1 < Kn < 0.01$)، رژیم گذار ($10 < Kn < 0.1$) و رژیم ملکولی آزاد ($Kn > 10$). سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، وسایلی هستند که طول مشخصه‌ی هندسی آن‌ها بین ۱ میکرون تا ۱ میلی‌متر می‌باشد و اغلب در

محدوده‌ی رژیم لغزشی و گذار کار می‌کنند. کاربرد این سیستم‌ها در حوزه‌های صنعتی و پزشکی رو به افزایش می‌باشد. به دلیل سختی‌های تست عملی این وسایل، از روش‌های عددی برای بررسی جریان در میکروکانال‌ها استفاده می‌شود. هرچه رژیم جریان به سمت رژیم ملکولی پیش برود، استفاده از مدل‌سازی‌های ملکولی کارتر می‌شود و بالعکس هرچه رژیم جریان به سمت رژیم پیوسته برود، استفاده از مدل‌سازی‌های پیوسته مفید و آسان‌تر می‌گردد [۱ و ۲].

در دهه‌ی اخیر فعالیت‌های زیادی در زمینه‌ی شبیه‌سازی پیوسته‌ی میکروجریان‌ها انجام شده است. در اکثر آن‌ها از مدل‌های لغزشی مرتبه‌اول و مرتبه‌دوم برای لغزش سرعت و پرش دما بر روی سطح دیوار استفاده شده است. برای مثال، آقای چن و همکاران [۳] با استفاده از معادلات ناوراستوکس و شرایط مرزی مرتبه‌ی اول برای لغزش سرعت و پرش دما، جریان گاز در میکروکانال‌ها را در محدوده‌ی رژیم لغزشی بررسی کرده‌اند. همچنین، آقای دانگری و همکاران [۴]، جریان گاز در میکروکانال‌ها را بوسیله‌ی معادلات ناوراستوکس و شرایط مرزی مرتبه‌ی دوم مختلف بررسی کرده‌اند. چالش مهمی که در این نوع از شبیه‌سازی‌ها وجود دارد، نوع و صحت مدل لغزشی به کار رفته می‌باشد.

در کار حاضر، با روش اختلال که یک روش پیوسته است، میکروجریان‌ها شبیه‌سازی می‌گردند. شرایط مرزی لازم برای هر مرحله از این روش، از شرایط مرزی کلی و مرتبه‌بالا حاصل می‌شود. بنابراین اگر از بسط‌های اختلالی با جملات کافی استفاده شود، انتظار جواب‌های دقیق‌تری نسبت به دیگر روش‌های پیوسته‌ی می‌رود. برای شروع، جریان ایزوترمال، تراکم‌ناپذیر و بسط‌های اختلالی میدان سرعت و فشار سه‌جمله‌ای در نظر گرفته می‌شوند.

معادلات حاکم و شرایط مرزی لغزشی

در رژیم جریان لغزشی، معادلات ناوراستوکس به همراه شرایط مرزی لغزشی بر جریان حاکم می‌باشند. معادلات ناوراستوکس شامل معادله‌ی پیوستگی، معادلات ممنتوم و معادله‌ی انرژی می‌باشند. شرایط مرزی مرتبه‌ی اول برای لغزش سرعت و پرش دما بر مبنای تئوری جنبشی گازها توسط آقای ماکسول و اسمولوچوفسکی ارائه

^۱ Micropoiseuille ^۲ Perturbation method

عدد نودسن و برابر قرار دادن عبارت‌های هم‌مرتبه در طرفین معادلات، به مراتب مختلفی از معادلات و شرایط مرزی مربوط به هر یک بر حسب عدد نودسن می‌رسیم.

معادلات پیوستگی، ممنوم و شرط لغزش سرعت مرتبه‌ی $O(1)$:

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

$$\rho \left[\frac{\partial u_0}{\partial t} + \frac{\partial(u_0 u_0)}{\partial x} + \frac{\partial(v_0 u_0)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial P_0}{\partial x} + \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u_0}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) + S_{C_u} + S_{P_u} u_0$$

$$\rho \left[\frac{\partial v_0}{\partial t} + \frac{\partial(u_0 v_0)}{\partial x} + \frac{\partial(v_0 v_0)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial P_0}{\partial y} + \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) + S_{C_v} + S_{P_v} v_0$$

$$u_0|_s = u_w \quad (10)$$

معادلات پیوستگی، ممنوم و شرط لغزش سرعت مرتبه‌ی $O(Kn)$:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

$$\rho \left[\frac{\partial u_1}{\partial t} + 2 \frac{\partial(u_0 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(v_1 u_0)}{\partial y} + \frac{\partial(v_0 u_1)}{\partial y} \right] = \quad (12)$$

$$-\frac{\partial P_1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) + S_{P_u} u_1$$

$$\rho \left[\frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial(u_1 v_0)}{\partial x} + \frac{\partial(u_0 v_1)}{\partial x} + 2 \frac{\partial(v_0 v_1)}{\partial y} \right] = \quad (13)$$

$$-\frac{\partial P_1}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + S_{P_v} v_1$$

$$u_1|_s = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} L_c \left(\frac{\partial u_0}{\partial n} \right) \Big|_s \quad (14)$$

معادلات پیوستگی، ممنوم و شرط لغزش سرعت مرتبه‌ی $O(Kn^2)$:

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

$$\rho \left[\frac{\partial u_2}{\partial t} + 2 \frac{\partial(u_0 u_2)}{\partial x} + \frac{\partial(u_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(v_2 u_0)}{\partial y} + \frac{\partial(v_0 u_2)}{\partial y} \right] = \quad (16)$$

$$-\frac{\partial P_2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) + S_{P_u} u_2$$

$$\rho \left[\frac{\partial v_2}{\partial t} + \frac{\partial(u_2 v_0)}{\partial x} + \frac{\partial(u_0 v_2)}{\partial x} + \frac{\partial(u_1 v_1)}{\partial x} + 2 \frac{\partial(v_0 v_2)}{\partial y} \right] = \quad (17)$$

$$-\frac{\partial P_2}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) + S_{P_v} v_2$$

$$u_2|_s = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \left[L_c \frac{\partial u_1}{\partial n} + \frac{L_c^2}{2} \frac{\partial^2 u_0}{\partial n^2} \right] \Big|_s \quad (18)$$

شرط مرزی لغزش سرعت بر روی دیوار، در جهت X نوشته شده است و اگر دیوار در جهت Y باشد در روابط مذکور از مولفه‌ی V سرعت استفاده می‌شود. L_c طول مشخصه هندسی و S سورس ترم می‌باشد که به صورت خطی از متغیر مربوطه تقریب زده می‌شود.

گسسته‌سازی و الگوریتم حل معادلات

مرتبه‌های مختلف معادلات حاصل را با استفاده از روش حجم محدود

شده است [۵]. با استفاده از آنالیز تقریبی گاز در شرایط همدما، و بر مبنای تئوری جنبشی گازها، شرایط مرزی مرتبه‌بالا برای لغزش سرعت و پرش دما به دست می‌آیند. شکل بی‌بعد این شرایط مرزی برای جریان‌های دوبعدی به صورت زیر می‌باشد [۲]:

$$U_s - U_w = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \left[Kn \left(\frac{\partial U}{\partial n} \right)_s + \frac{Kn^2}{2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} \right)_s + \dots \right] \quad (1)$$

$$T_s - T_w = \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \left[\frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{1}{Pr} \left[Kn \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s + \frac{Kn^2}{2} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial n^2} \right)_s + \dots \right] \right] \quad (2)$$

n جهت عمود بر دیواره‌ی کانال و S جهت مماس بر دیواره می‌باشد. شرط مرزی کلی مرتبه‌دوم برای سرعت لغزشی در شکل بی‌بعدش به صورت زیر می‌باشد:

$$U_s - U_w = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \left[C_1 Kn \left(\frac{\partial U}{\partial n} \right)_s - C_2 Kn^2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} \right)_s \right] \quad (3)$$

که در آن C_1 و C_2 ضرایب لغزشی می‌باشند. تاکنون شرایط مرزی مرتبه‌دوم بسیاری توسط محققین ارائه گردیده است که تعدادی از آن‌ها در جدول ۱ آمده است [۱ و ۲].

جدول ۱: ضرایب مدل‌های لغزشی مرتبه‌اول و مرتبه‌دوم

Source	C_1	C_2
General	1.0	-0.5
Maxwell (1879)	1.0	0.0
Schamberg (1947)	1.0	$5\pi/12$
Albertoni et al. (1963)	1.1466	0.0
Deissler (1964)	1.0	9/8
Cercignani (1964)	1.1466	0.9756
Sreekanth (1969)	1.1466	0.14
Hisa and Domoto (1983)	1.0	0.5
Cercignani (2003)	1.1466	0.647

توسعه‌ی معادلات و شرایط مرزی حاکم با روش اختلال

به‌طور کلی، هر خاصیت ماکروسکوپی جریان را می‌توان به صورت یک سری هندسی بر حسب عدد نودسن بسط داد [۲ و ۶]:

$$\phi = \phi_0 + Kn \phi_1 + Kn^2 \phi_2 + Kn^3 \phi_3 + O(Kn^4) \quad (4)$$

$$\phi = u, v, w, P, T, \rho, \dots$$

که در آن ϕ_0 مربوط به جریان غیرلغزشی، ϕ_1 تصحیح مرتبه‌ی اول، ϕ_2 تصحیح مرتبه‌ی دوم، ϕ_3 تصحیح مرتبه‌ی سوم میدان ϕ و الی آخر می‌باشند. هر چه عدد نودسن بیشتر شود و یا به عبارتی به سمت رژیم گذار و ملکولی آزاد برویم، مراتب بالاتری از تصحیح ϕ مهم می‌شود. بسط‌های اختلالی سه‌جمله‌ای و یا به عبارت دیگر بسط‌های دو تصحیحی میدان سرعت و میدان فشار را در نظر می‌گیریم:

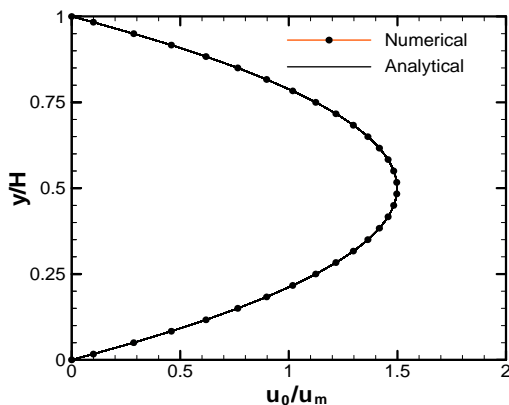
$$u = u_0 + Kn u_1 + Kn^2 u_2 + O(Kn^3) \quad (5)$$

$$P = P_0 + Kn P_1 + Kn^2 P_2 + O(Kn^3) \quad (6)$$

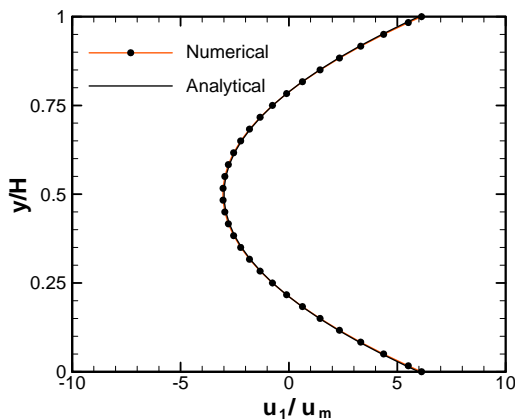
اکنون بسط‌های اخیر را در معادلات پیوستگی و ممنوم حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر سیال و همچنین شرایط مرزی مرتبه‌بالای لغزش سرعت قرار می‌دهیم. پس از مرتب‌سازی معادلات بر حسب توان‌های

$$u(y) = \frac{-6u_m}{\left[1 + 6\frac{2-\sigma_v}{\sigma_v}(Kn - Kn^2)\right]} \times \left[\left(\frac{y}{H}\right)^2 - \frac{y}{H} - \frac{2-\sigma_v}{\sigma_v}(Kn - Kn^2) \right] \quad (21)$$

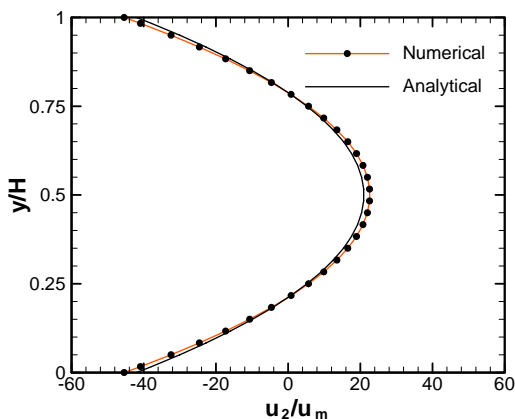
حل عددی مسئله‌ی توسعه‌یافته با روش اختلال برای حل عددی این مسئله از شبکه‌ی یکنواخت 30×75 استفاده شده است. به دلیل اینکه در ورودی کانال سرعت مشخص است و هنوز لغزشی صورت نگرفته است $u_1|_{x=0} = 0$ و $u_2|_{x=0} = 0$ و همچنین $u|_{x=0} = u_0|_{x=0} = 0$ در شکل‌های ۲ الی ۴، فرم بی‌بعد و توسعه‌یافته‌ی سرعت غیرلغزشی و تصحیحات سرعت در مقطع میانی میکروکانال با نتایج تحلیلی متناظرشان مقایسه شده‌اند.



شکل ۲: پروفیل توسعه‌یافته و بی‌بعد سرعت غیرلغزشی u_0



شکل ۳: پروفیل توسعه‌یافته و بی‌بعد تصحیح اول سرعت u_1



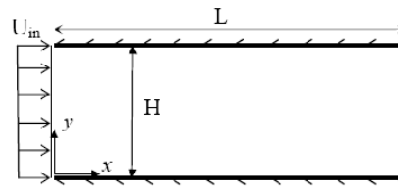
شکل ۴: پروفیل توسعه‌یافته و بی‌بعد تصحیح دوم سرعت u_2

و بر روی یک شبکه‌ی جابه‌جا شده گسسته‌سازی می‌کنیم. در جریان‌های میکرو و نانو به دلیل سرعت‌های پایین و ابعاد بسیار ریز شبکه، رینولدز سلول شبکه معمولاً خیلی کوچک است. به عبارت دیگر نقش دیفیوژن مهم و غیر قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد. جملات دیفیوژن را به صورت مرکزی تقریب می‌زنیم. در جملات کانوکشن نیاز به میان‌یابی سرعت‌ها روی وجوه سلول شبکه می‌باشد. این سرعت‌ها را نیز به صورت مرکزی میان‌یابی می‌کنیم.

الگوریتم کلی حل شامل سه مرحله می‌باشد: مرحله اول، حل معادلات مرتبه‌ی $O(1)$ به همراه شرایط مرزی مرتبه‌ی $O(1)$. مرحله دوم، حل معادلات مرتبه‌ی $O(Kn)$ به همراه شرایط مرزی مرتبه‌ی $O(Kn)$. شرایط مرزی این مرحله از طریق برازش میدان‌های مرحله اول بر روی دیواره‌ها حاصل می‌گردد. مرحله سوم، حل معادلات مرتبه‌ی $O(Kn^2)$ به همراه شرایط مرزی مرتبه‌ی $O(Kn^2)$. شرایط مرزی این مرحله از طریق برازش میدان‌های مرحله اول و دوم بر روی دیواره‌ها حاصل می‌گردد. در هر یک از مراحل سه‌گانه از روش سیمپل استفاده می‌شود. نهایتاً با استفاده از بسط‌های اختلالی، میدان‌های سرعت و فشار برای جریان لغزشی معین می‌گردند.

جریان میکروپویزیبل

جریان ایزوترمال، پایه، دو بعدی، تراکم‌ناپذیر و ناشی از فشار بین دو صفحه‌ی موازی را مطابق شکل ۱ در نظر می‌گیریم.



شکل ۱: هندسه‌ی جریان میکروپویزیبل

در مسئله‌ی حاضر $\sigma_v = 1$, $U_{in} = 0.1 \text{ m/s}$, $L = 5 \mu\text{m}$, $H = 1 \mu\text{m}$ و $Kn = 0.06$ و سیال ورودی به میکروکانال گاز نیتروژن در دمای 298 K و فشار 1 atm می‌باشد.

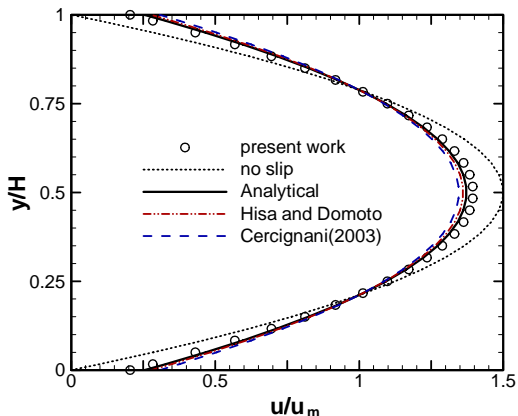
حل تحلیلی مسئله‌ی توسعه‌یافته با روش اختلال با توجه به اینکه u در جهت x و P در جهت y تغییری نمی‌کنند و نیز $v=0$ می‌باشد، مرتبه‌های مختلف معادله‌ی x ممنتوم ساده شده و با شرط مرزی لغزش سرعت مربوط به خود به راحتی حل می‌شوند. در جریان تراکم‌ناپذیر، لغزش دبی جریان را تغییر نمی‌دهد، به عبارت دیگر $\dot{m} = \dot{m}_0$ و $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dots = 0$ بنابراین می‌توان تصحیحات سرعت را بر اساس سرعت متوسط نوشت:

$$u_0(y) = -6u_m \left[\left(\frac{y}{H}\right)^2 - \frac{y}{H} \right] \quad (19)$$

$$u_n(y) = \left(-6\frac{2-\sigma_v}{\sigma_v}\right)^{n-1} \times \left(n-1 + 6\frac{2-\sigma_v}{\sigma_v}\right) \times u_m \times \left\{ 6 \left[\left(\frac{y}{H}\right)^2 - \frac{y}{H} \right] + 1 \right\}, \quad n \geq 1 \quad (20)$$

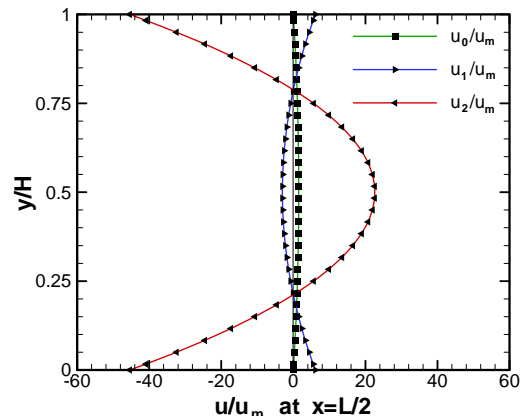
اگر سرعت‌های به دست آمده را در بسط اختلالی سرعت قرار دهیم و Π را نامحدود فرض کنیم پروفیل سرعت لغزشی نهایی حاصل می‌شود:

از حد واقعی به دست می آید. با افزایش عدد نودسن، زمانی از جواب دقیق منحرف نمی شویم که از تعداد تصحیحات کافی در روش اختلال استفاده کرده باشیم.

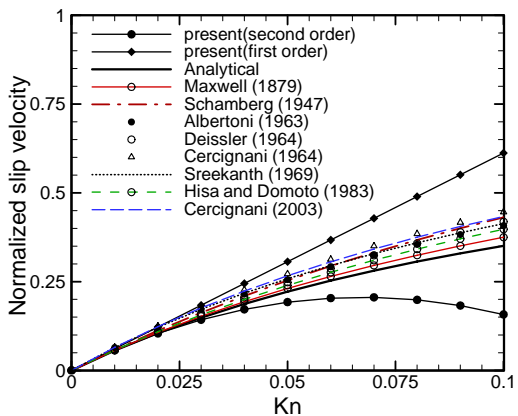


شکل ۷: سرعت‌های لغزشی و غیرلغزشی در مقطع میانی برای نودسن ۰/۰۶

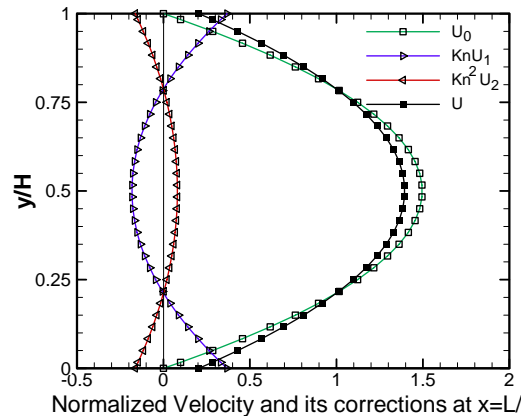
توافق خوبی بین نتایج عددی و تحلیلی روش اختلال مشاهده می شود. در شکل‌های ۵ و ۶، نتایج عددی سرعت غیرلغزشی، تصحیحات سرعت و سرعت لغزشی با یکدیگر مقایسه شده‌اند.



شکل ۵: مقایسه‌ی سرعت‌های U_0 ، U_1 و U_2 با یکدیگر



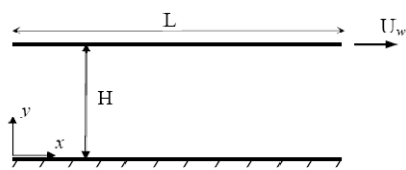
شکل ۸: مقایسه‌ی تغییرات سرعت لغزشی بی بعد شده با سرعت متوسط بر حسب عدد نودسن برای جریان میکروپویزیبل



شکل ۶: مقایسه‌ی سرعت غیرلغزشی، تصحیحات سرعت و سرعت لغزشی برای نودسن ۰/۰۶

جریان میکروکوئنت

جریان ایزوترمال، پایا، یک‌بعدی، تراکم‌ناپذیر و ناشی از برش بین دو صفحه‌ی موازی را مطابق شکل ۹ در نظر می‌گیریم.



شکل ۹: هندسه‌ی جریان میکروکوئنت

تمامی پارامترهای مربوط به هندسه و جریان برای این مسئله مشابه مسئله‌ی میکروپویزیبل است با این تفاوت که $U_w = 0.1 \text{ m/s}$. مشابه مسئله‌ی قبل می‌توان تصحیحات سرعت را بر اساس سرعت متوسط جریان و یا بر اساس سرعت دیوار بالایی نوشت:

$$u_0(y) = U_w \left(\frac{y}{H} \right) \quad (23)$$

$$u_n(y) = \left(-\frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \right)^n \times 2^{n-1} \times U_w \times \left(\frac{2y}{H} - 1 \right), \quad n \geq 1 \quad (24)$$

اگر سرعت‌های به دست آمده را در بسط اختلالی سرعت قرار دهیم:

اگر در حل تحلیلی این مسئله از شرط مرزی رابطه‌ی (۲) برای لغزش سرعت استفاده شود به جواب تحلیلی زیر برای پروفیل سرعت می‌رسیم:

$$u(y) = \frac{-6u_m}{\left[1 + 6 \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} (C_1 Kn + 2C_2 Kn^2) \right]} \times \left[\left(\frac{y}{H} \right)^2 - \frac{y}{H} - \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} (C_1 Kn + 2C_2 Kn^2) \right] \quad (22)$$

در شکل ۷ فرم بی‌بعد سرعت لغزشی و غیرلغزشی حاصل از کار عددی حاضر، سرعت لغزشی تحلیلی و سرعت لغزشی حاصل از مدل‌های لغزشی مرتبه‌ی دوم در مقطع میانی میکروکانال برای نودسن ۰/۰۶ آورده شده است. باز هم بین نتایج توافق خوبی وجود دارد. برای اینکه بین نتایج تحقیق حاضر و نتایج حاصل از مدل‌های لغزشی مقایسه‌ی بهتر و کامل‌تری صورت گیرد، در شکل ۸ سرعت لغزشی بی‌بعد حاصل از هر روش، در محدوده‌ی جریان لغزشی و پیوسته نشان داده شده است. اگر از یک تصحیح استفاده کنیم، با افزایش نودسن سرعت لغزشی بیشتر از حد واقعی به دست می‌آید. اگر از دو تصحیح استفاده کنیم، با افزایش نودسن سرعت لغزشی کمتر

برای جریان همدمای میکروکوئنت در محدوده‌ی رژیم جریان لغزشی مناسب می‌باشد.

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله، جریان‌های میکرو توسط روش اختلال شبیه‌سازی شده‌اند. البته برای شروع، جریان‌های تراکم‌ناپذیر دوبعدی با روش اختلال سه‌جمله‌ای مورد بررسی قرار گرفته‌اند. توسعه‌ی معادلات و شرایط مرزی حاکم، به سه مرتبه از معادلات و شرایط مرزی مربوط به هر یک منجر شده است. مجموعه‌ی معادلات حاصل شده در حالت دوبعدی، با روش حجم محدود و بر روی یک شبکه‌ی جابجا شده گسسته‌سازی شده‌اند. هر مرتبه از این معادلات گسسته به همراه شرایط مرزی مربوطه، با الگوریتم سیمپل حل شده است. جریان‌های تراکم‌ناپذیر و همدمای میکروپویزیبل و میکروکوئنت با روش اختلال به دو شکل تحلیلی و عددی حل شده‌اند. نتایج عددی میکروپویزیبل حدوداً برای نودسن‌های کمتر از ۰/۰۳ با نتایج تحلیلی و نتایج حاصل از مدل‌های لغزشی مختلف مطابقت دارد. همچنین نتایج عددی میکروکوئنت حدوداً برای نودسن‌های کمتر از ۰/۱ با نتایج تحلیلی مطابقت دارد. این‌ها نشان می‌دهد که با افزایش عدد نودسن، بایستی از تصحیحات بیشتری در روش اختلال استفاده نمود. همچنین با افزایش عدد نودسن بایستی اثرات تراکم‌پذیری را در نظر گرفت.

نویسندگان این مقاله، تحقیقات مختلفی را با استفاده از روش حاضر انجام داده‌اند. از جمله‌ی آن‌ها، بررسی جریان درون میکروخرفه‌ها و نیز بررسی جریان‌های تراکم‌پذیر می‌باشد. همچنین ایشان، موفق به توسعه‌ی برخی از مدل‌های لغزشی مفید شده‌اند و تحقیقات آن‌ها در این زمینه همچنان ادامه دارد.

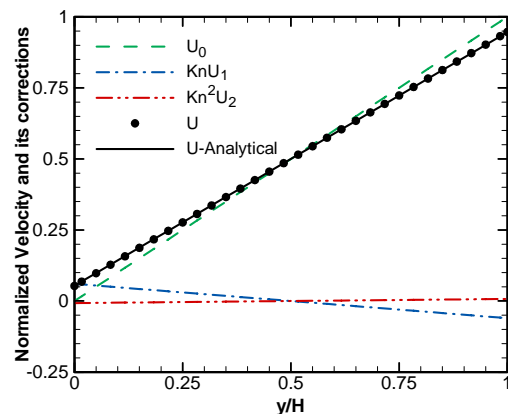
فهرست علائم

C_f	ضریب اصطکاک
C_1	ضریب لغزشی اول
C_2	ضریب لغزشی دوم
H	فاصله‌ی صفحات میکروکانال، m
Kn	عدد نودسن
L_c	طول مشخصه‌ی هندسی جریان، m
O	معرف مرتبه
P	فشار برای جریان لغزشی، Pa
Pr	عدد پرانتل
Re	عدد رینولدز
S	سورس ترم
T	دما برای جریان لغزشی، K
u, v, w	مولفه‌های سرعت، m/s
U	سرعت بی‌بعد
u	بردار سرعت، m/s
\dot{m}	دبی جریان، kg/s
γ	نسبت گرمای‌های ویژه

علائم یونانی

$$u(y) = U_w \left[\frac{y + \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} Kn}{1 + 2 \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} Kn} \right], \quad Kn < \frac{1}{2 \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v}} \quad (25)$$

برای حل عددی این مسئله با روش اختلال، از همان شبکه‌ی یکنواخت 30×75 استفاده شده است. فرم بی‌بعد سرعت غیرلغزشی، تصحیحات سرعت و سرعت لغزشی در مقطع میانی میکروکانال برای نودسن ۰/۰۶ در شکل ۱۰ نشان داده شده است. توافق خوبی بین نتایج عددی و تحلیلی دیده می‌شود.



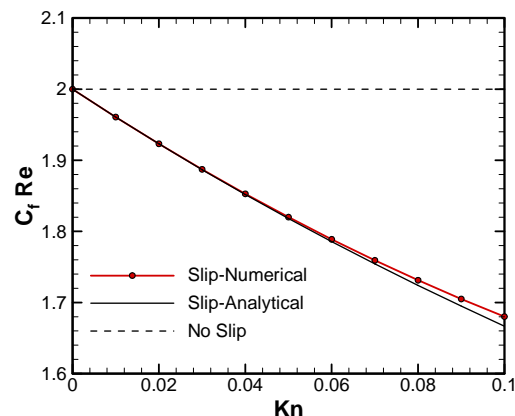
شکل ۱۰: مقایسه‌ی سرعت غیرلغزشی، تصحیحات سرعت و سرعت لغزشی در مقطع میانی میکروکوئنت برای نودسن ۰/۰۶

با توجه به رابطه‌ی ضریب اصطکاک $C_f = \tau_w / (0.5 \times \rho U_w^2)$ روابط تحلیلی زیر را برای حاصل ضرب ضریب اصطکاک در عدد رینولدز می‌توان نوشت:

$$(C_f Re)_{no\ slip} = 2 \quad (26)$$

$$(C_f Re)_{slip} = \frac{2}{1 + 2 \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} Kn} \quad (27)$$

در شکل ۱۱ نتایج عددی و تحلیلی روش اختلال برای ضریب اصطکاک سطوح بر حسب عدد نودسن مقایسه شده است.



شکل ۱۱: تغییرات ضریب اصطکاک بر حسب عدد نودسن

جریان میکروکوئنت ناشی از برش است و تراکم‌پذیری برای این جریان در مقایسه با جریان‌های ناشی از اختلاف فشار، ناچیز می‌باشد. همان‌گونه که از شکل‌های فوق بر می‌آید، روش اختلال سه‌جمله‌ای

مراجع

- [1] Gad-el-Hak, M., 2006. *The MEMS Handbook - Introduction and fundamentals*. CRC Press, New York.
- [2] Karniadakis, G., Beskok, A. and Aluru, N., 2005. *Microflows and Nanoflows - fundamentals and simulation*. SpringerScience and Business Media, Inc., New York.
- [3] Chen, C. S., Lee, S. M. and Sheu, J. D., 1998. "Numerical analysis of gas flow in microchannels". *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 33, pp. 749–762.
- [4] Dongari, N. and Agrawal, A., 2007. "Analytical solution of gaseous slip flow in long microchannels". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 3411–3421.
- [5] Kennard, E. H., 1938. *Kinetic theory of gasses*. McGraw-Hill Book Co. Inc., New York.
- [6] Qin, F. H., Sun, D. J. and Yin, X. Y., 2007. "Perturbation analysis on gas flow in a straight microchannel". *Physics of fluids*, Vol. 19, May, pp. 027103–14.

μ	ضریب اول ویسکوزیته، kg/(m.s)
ρ	چگالی برای جریان لغزشی، kg/m ³
σ_T	ضریب حرارتی
σ_v	ضریب ممنتوم مماسی
τ_w	تنش برشی روی دیوار، N/m ²
	زیرنویس
C	معرف بخش ثابت در خطی سازی سورس
in	معرف ورودی
m	معرف میانگین
P	معرف شیب سورس خطی شده
s	معرف لغزشی و جهت مماس بر دیوار
w	معرف دیوار
0	مربوط به جریان غیرلغزشی
1	مربوط به تصحیح مرتبه‌ی اول
2	مربوط به تصحیح مرتبه‌ی دوم
n	مربوط به تصحیح مرتبه‌ی n