شبیه سازی جریان بین دو استوانه هم محورچرخان به کمک روش حجم محدود

ایمان روح الامین[۱] ، سعید جعفری[۲] ، احمد صداقت[۳]

دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک

Sedaghat@cc.iut.ac.ir

چکیده

در صنعت، ناپایداری جریان در یاتاقانهای ژورنال و در سرعتهای دورانی بالا از اهمیت زیادی برخوردار است، معیار ناپایداری برای جریان غیر لزج بین دو استوانه هم محور دوار توسط تیلور ارائه شده است هر چند که لزجت در یک سیال می تواند نقش پایدار کننده و یا ناپایدار کننده داشته باشد. درکار حاضر، از روش حجم محدود برای شبیه سازی پایداری جریان بین دو استوانه هم محور دوار استفاده شده است. در ابتدا جریان به صورت آرام در نظر گرفته می شود و سپس با افزایش سرعت نسبی بین استوانه ها عدد تیلور بحرانی محاسبه و با رابطه تیلور مقایسه می شود. از نتایج عددی مشاهده می شود که با افزایش عدد تیلور به تدریج گردابه ها در جریان قدرت بیشتری یافته و لزجت نقش ناپایدار کننده را بازی می کند. با ناپایدار شدن جریان، الگوهای سلولی مربعی در جریان قابل مشاهده است.

واژه‌های کلیدی: حجم محدود – کوئت – تیلور

مقدمه

برای تمام جریانهای آرام یک مقدار حدی رینولدز وجود دارد که به ازای آن رژیم آرام جریان دستخوش اغتشاشات می گردد. در رینولدزهای بالاتر جریان همیشه مغشوش یعنی بی نظم، تصادفی وناپایدار است. مفهوم ناپایداری توسط کانینگهام بدین نحو ارائه می شود که اگر یک حالت فیزیکی بتواند در مقابل یک اختلال مقاومت کرده وحالت اصلی خود را حفظ کند پایدار خواهد ماند و در غیر این صورت نا پایدار می شود.

ناپایداری که در تحقیق حاضر مورد توجه قرار می گیرد ناشی از اثرات دینامیکی چرخش در یک سیال همگن است. اینگونه ناپایداری در کاربرد های مختلف مکانیک سیالات به ویژه در یاتاقانهای ژورنال حائز اهمیت است. ناپایداری سیالهای چرخان برای اولین بار توسط ریلی (۱۸۸۰) [۱،۲] مورد مطالعه قرار گرفت. ریلی معیاری برای ناپایداری یک جریان چرخشی غیر لزج بدین نحو ارائه کرد که اگر مربع گردش (سیرکولاسیون) جریان به طرف شعاعهای خارجی کم شود آنگاه جریان ناپایدار می شود. به عبارت دیگر پایداری در صورتی برقرار خواهد بود اگر نامساوی زیر برقرار باشد:

$$\frac{d}{dr}\left(rV_{\theta}\right)^{2} > 0 \qquad (۱)$$

---

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد

[۲] دانشجوی کارشناسی ارشد

[۳] استادیار دانشکده مکانیک

که این معیار بـرای جریـان بـین اسـتوانه هـای هـم محـور بصورت زیر بیان می شود:

$$\Omega_o r_o^2 \geq \Omega_i r_i^2 \qquad (۲)$$

که زیر نویس های i وo معرف سطوح استوانه های داخل و خارج هستند. بنابراین می توان سه حالت زیر را برای پایداری جریان بین دو استوانه انتظار داشت:

۱- استوانه داخلی چرخان و استوانه خارجی ساکن: جریان ناپایدار.

۲- استوانه داخلی ساکن واستوانه خارجی چرخان: جریـان پایدار.

۳- چرخش دو استوانه در خلاف جهت هم: ناپایدار.

جریان سیال بین دو استوانه هـم محـور دوار توسـط کوئـت (۱۸۹۰) و سـپس مـالکوک(۱۸۹۶) بـه طـور تجربـی مـورد بررسـی قـرار گرفـت[۱،۲]. بـدین سـبب مسـئله فـوق، شکل(۱)، به مسئله جریان کوئت-تیلور مشهور شـده اسـت. کوئت مشاهده نمود کـه بـرای یـک مقـدار حـدی سـرعت چرخش استوانه ها شکل جریان نه آرام و نه مغشوش است. شکل حاصل که در مرز پایداری سیال مشاهده می شود بـه افتخـار تیلـور بـه گردابـه هـای تیلـور (۱۹۲۳) نامیـده شدند[۳]. تیلـور بصـورت تجربـی و تئـوری نشـان داد کـه جریان سیال بین دو استوانه وقتـی ناپایـدار مـی شـود کـه سرعت نسبی سیلندر داخلی نسبت به سیلندر خـارجی از یک مقدار بحرانی بالاتر رود. تیلـور بکمـک فرضـیات سـاده کننده نشان دادکه برای سیال لزج پایداری تنها وابسـته بـه Ω_o/Ω_i وعدد بدون بعد تیلور (Ta) مطابق زیر است:

$$Ta = \frac{r_i c^3 (\Omega_i^2 - \Omega_o^2)}{\nu^2} \qquad (۳)$$

که $c = r_o - r_i$ است.

در این کار تحقیقی هدف حل دقیـق جریـان لـزج بـین دو استوانه دوار تحت حالتهای هندسی و جریان گوناگون بـوده است. برای این کار از نـرم افـزار فلوئنـت و بـه روش حجـم محدود حرکت سـیال بـین دو اسـتوانه شـبیه سـازی شـده است. در ابتدا معادلات حاکم برای جریانهای تـراکم ناپـذیر لزج وغیرلزج ارائه می شوند و سپس بکمـک تئـوری خطـی ناپایـداری هیـدرودینامیکی [۱،۲]. مسـئله فـوق بررسـی می شود. در ادامه نتایج کار حاضر بـا نتـایج تیلـور مقایسـه می شود و بر روی الگوهای سلولی جریان بحث می شود.

تئوری ومعادلات حاکم بر حل

بر اساس مشاهدات تجربی تیلور، جریان ثانویه ای به شـکل یک سری سلول های پایدار به طور منظم در امتـداد طـولی استوانه شکل می گیرند (شکل ۲). بکمـک ایـن مشـاهدات تجربی است که تئوری مسئله بصـورت یـک مسـئله تقـارن محوری $\left(\frac{\partial}{\partial\theta} = 0\right)$ ساده می گردد.

سیال غیرلزج

معادلات حاکم بر حرکت سیال تراکم ناپذیر و غیـر لـزج بـا توجه به شرایط تقارن محوری بصورت زیر بیان می شود:

پیوستگی:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \qquad (۴)$$

ممنتوم:

$$\frac{Du_r}{Dt} - \frac{u_\theta^{\ 2}}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} \qquad (۵\text{-آ})$$

$$\frac{Du_\theta}{Dt} + \frac{u_r u_\theta}{r} = 0 \qquad (۵\text{-ب})$$

$$\frac{Du_z}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \qquad (۵\text{-پ})$$

شرایط مرزی بر حسب تقارن و شرایط فیزیکی عبارتند از:

$$u_r = u_z = 0, u_\theta = v_r, \, p = p(r) \qquad (۶)$$

بنابراین می توان رابطه (ب-۵) را بصورت زیر نوشت:

$$\frac{D(ru_\theta)}{Dt} = 0 \qquad (۷)$$

با توجه به اینکه در در جریان پایـا و بـرای سـیال ایـده آل بنا بر تئـوری کلـوین چـرخش، $\Gamma = 2\pi r u_\theta$، در راسـتای شعاع تغییر نمی کند. رابطه (۷) را بکمـک تعریـف ممنتـوم زاویـه ای، $H = ru_\theta$، میتـوان بصـورت زیـر بـه انـرژی جنبشی E مربوط ساخت:

$$E = \frac{u_\theta^{\ 2}}{2} = \frac{1}{2}\frac{H^2}{r^2} \qquad (۸)$$

بنابراین اگر در حلقه ای از سیال به شعاع داخلی r_1 وشعاع خارجی r_2 که تبادل انرژی صورت می گیرد، تئوری کلوین الزام می دارد که چرخش در طـی ایـن تبـادل ثابـت بـاقی

بماند. این بدین معنی است که بعد از تبادل انـرژی، سـیال واقـع شـده در r_2 بایـد دارای چرخشـی Γ برابـر میـزان چرخش در شعاع r_1 باشد. بنابراین، با نوشتن روابط انـرژی در قبل وبعد از تبادل داریم[۴]:

$$E_{initial} = \frac{1}{2}\left[\frac{H_1^2}{r_1^2}+\frac{H_2^2}{r_2^2}\right]+\frac{1}{8\pi^2}\left[\frac{\Gamma_1^2}{r_1^2}+\frac{\Gamma_2^2}{r_2^2}\right] \quad (۹)$$

$$E_{final} = \frac{1}{2}\left[\frac{H_2^2}{r_1^2}+\frac{H_1^2}{r_2^2}\right]+\frac{1}{8\pi^2}\left[\frac{\Gamma_2^2}{r_1^2}+\frac{\Gamma_1^2}{r_2^2}\right] \quad (۱۰)$$

و اختلاف انرژی جنبشی به ازای واحد جـرم پـس از تبـادل برابر می شود با:

$$\Delta E = E_{final} - E_{initial} = \frac{1}{2}\left[H_2^2 - H_1^2\right]\left(r_1^{-2}-r_2^{-2}\right) = \frac{1}{8\pi^2}\left[\Gamma_2^2-\Gamma_1^2\right]\left(r_1^{-2}-r_2^{-2}\right) \quad (۱۱)$$

بـرای اینکـه $\Delta E > 0$ باشـد لازم اسـت کـه $\Gamma_2^2 > \Gamma_1^2$ $(H_2^2 > H_1^2)$ باشد (چـون $r_1 < r_2$ اسـت). یعنـی اینکـه برای ایجاد تبـادل بـین دو سـطح حلقـه سـیال، در حـالتی که $\Gamma_2^2 > \Gamma_1^2$، احتیاج به منبع خارجی است. بنابراین تبادل خود به خودی بین حلقه های سـیال امکـان پـذیر نیسـت. از طرف دیگر اگر Γ^2 با افزایش شعاع کـاهش یابـد، تبـادل خود به خودی بـین حلقـه هـای سـیال موجـب آزاد شـدن انرژی وایجاد ناپایداری می گردد. به عبارت دیگر، عامل این ناپایداری وجود نیروی گریز از مرکزاست که بر نیروی ناشی از گرادیان فشار غلبه می کنـد. بنـابر ایـن معیـار ریلـی در جریان کوئت برای ایجاد ناپایداری بصورت زیـر قابـل بیـان است:

$$\frac{dH^2}{dr} < 0 \quad \text{or} \quad \frac{d\Gamma^2}{dr} < 0 \quad (۱۲)$$

برای مثال در حالتی کـه اسـتوانه خـارجی سـاکن اسـت و استوانه داخلی در حال چرخش است، Γ^2 با افزایش شـعاع کاهش می یابد و معیار ریلـی بیـانگر ناپایـدار بـودن سـیال است.

سینگ در سال (۱۹۲۳) به کمک آنالیز مودال مسـئله فـوق را مورد تحلیل قرار داد[۱،۲]. او با خطـی سـازی معـادلات حاکم و تقریب اغتشاشات بصورت:

$$u_r' = u\exp(st + ikz) \quad (۱۳)$$

که $i = \sqrt{-1}$ عددموهومی، k عدد موج و s سرعت موج است به معادله زیر دست یافت که یک مسـئله کـلا سـیک استورم - لیویل است:

$$(DD_* - k^2)u - \frac{k^2}{s^2}\Phi u = 0 \quad (۱۴)$$

اگر Φ در فاصله $r_1 < r < r_2$ بزرگتر از صفر باشد، مقادیر مشخصـه معادلـه فـوق منفـی و در غیـر اینصـورت مثبـت می شوند. به هر حال با توجه به این تحلیل سـینگ نتیجـه گرفت که اگر Φ در جایی از سیال منفی شود، بنا بر معیـار ریلی، سیال ناپایدار خواهد شد. ولی اگر Φ همـواره مثبـت باشد، نمی توان با درنظر گرفتن اغتشاشات تقـارن محـوری پایداری سیال نتیجه گرفت. با در نظر گرفتن توزیع سـرعت زاویه ای مطابق زیر برای سیال لزج:

$$\Omega(r) = A + \frac{B}{r^2} \quad (۱۵)$$

که $B = \Omega_1 r_1^2 \frac{1-\mu}{1-\eta^2}$ و $A = \Omega_1 \frac{\mu-\eta^2}{1-\eta^2}$ می باشند و استفاده از آن در معیار ریلی داریم:

$$\Phi = 4\mu\,\Omega = 4\Omega_1 \frac{(1-\mu)(\mu-\eta^2)}{(1-\eta^2)}\left(\frac{\eta^2}{r^2}+\frac{\mu-\eta^2}{1-\mu}\right) \quad (۱۶)$$

که r شعاع بدون بعد شده است کـه در فاصـله $\eta \le r \le 1$ تغییر میکنـد و $\eta = \frac{r_1}{r_2}$ و $\mu = \frac{\Omega_1}{\Omega_2}$ اعـداد بـدون بعـد مشخصه هستند. با توجـه بـه ایـن نتـایج، هنگـامی کـه دو استوانه در یک جهت حرکت می کنند:

$$\begin{cases} \Phi > 0 & if \quad \mu > \eta^2 \\ \Phi < 0 & if \quad 0 < \mu < \eta^2 \end{cases} \quad (۱۷)$$

لذا در این حالت مرز پایداری برای جریان کوئت، در سـیال غیرلـزج توسـط خـط ریلـی $\mu = \eta^2$ یـا $\Omega_1 r_1^2 = \Omega_2 r_2^2$ مشخص میشود. و هنگامی که استوانه ها در خـلاف جهـت هم می چرخند:

$$\begin{cases}\Phi > 0 \quad if \quad \eta_0 < r \le 1 \\ \Phi < 0 \quad if \quad \eta \le r < \eta_0\end{cases} \tag{۱۸}$$

که پارامتر η_0 توسط رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\eta_0 = \eta\left(\frac{1+|\mu|}{\mu^2+|\mu|}\right)^{1/2} \tag{۱۹}$$

لذا وقتی که چرخش استوانه ها در خلاف جهت هم است، این معیار جریان را ناپایدار در نظر می گیرد.

سیال لزج - مسئله تیلور

لزجت معمولا نقش پایدار کننده درجریانهای بین استوانه های دوار را ایفا می کند. تأثیر لزجت اغلب بوسیله عدد بدون بعد تیلور، Ta، بیان می شود. عدد تیلور نسبت نیروی گریز از مرکز به ویسکوزیته است. اگر عدد تیلور کمتر از عدد تیلور بحرانی باشد، جریان پایدار و در غیر این صورت نا پایدار است.

معادلات حاکم در دستگاه استوانه ای در حالت ویسکوز و با شرط تقارن محوری بودن اغتشاشات بدین صورت قابل بیان است:

$$\frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial r} + \frac{\tilde{u}_r}{r} + \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial z} = 0 \tag{۱۹}$$

$$\frac{D\tilde{u}_r}{Dt} - \frac{\tilde{u}_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} + \nu\left(\nabla^2 \tilde{u}_r - \frac{\tilde{u}_r}{r^2}\right)$$

$$\frac{D\tilde{u}_\theta}{Dt} + \frac{\tilde{u}_r \tilde{u}_\theta}{r} = \nu\left(\nabla^2 \tilde{u}_r - \frac{\tilde{u}_r}{r^2}\right)$$

$$\frac{D\tilde{u}_z}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} + \nu\nabla^2 \tilde{u}_z \tag{۲۰}$$

با فرض شرایط اولیه زیر که در جریان ویسکوز حاکم است:

$$u_r = u_z = 0,\ u_\theta = V(r) = Ar + \frac{B}{r}, \qquad \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} = \frac{V^2(r)}{r} \tag{۲۱}$$

که:

$$A \equiv \frac{\Omega_2 r_2^2 - \Omega_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \text{ و } B \equiv \frac{(\Omega_1 - \Omega_2) r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

با جایگزینی تر مهای اغتشاشی :

$$\tilde{u} = \bar{u} + u' \text{ و } \tilde{P} = \bar{P} + P' \tag{۲۲}$$

و صرفنظر از ترمهای غیر خطی به ترمهای زیر می رسیم:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \tag{۲۳}$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} - \frac{2Vu_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left(\nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r^2}\right) \tag{۲۴}$$

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + \left(\frac{dV}{dr} + \frac{V}{r}\right)u_r = \nu\left(\nabla^2 u_\theta - \frac{u_\theta^2}{r}\right) \tag{۲۵}$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\nabla^2 u_z \tag{۲۶}$$

چون ضرایب این معادلات تنها وابسته به شعاع هستند با جایگزینی مدهای نرمال بصورت:

$$\begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_z \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u}_r(r) \\ \hat{u}_\theta(r) \\ \hat{u}_z(r) \\ \hat{P}(r) \end{pmatrix} \exp(\sigma t + ikz) \tag{۲۷}$$

و با ساده سازی به یک سیستم کوپل شده بصورت توابعی از $\hat{u}_r$ و $\hat{u}_\theta$ می رسیم که با تقریب باریک بودن فاصله بین سیلندرها $d = R_2 - R_1 \ll \frac{R_1 + R_2}{2}$ در نهایت معادلات زیر منتج می شود[۵]:

$$\left(D^2 - k^2 - \sigma\right)\left(D^2 - k^2\right)\hat{u}_r = (1 + \alpha x)\hat{u}_\theta \tag{۲۸}$$

$$\left(D^2 - k^2 - \sigma\right)\hat{u}_\theta = -Ta\,\hat{k}\,\hat{u}_r \tag{۲۹}$$

که:

$$\alpha = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} - 1 ،\ D = \frac{d}{dr} ،\ x = \frac{r_1}{d} \tag{آ-۳۰}$$

و

$$Ta = 4\left(\frac{\Omega_1 r_1^2 - \Omega_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}\right)\frac{\Omega_1 d^4}{\nu^2} \tag{ب-۳۰}$$

البته لازم به ذکر است که در بعضی از مراجع عدد تیلور بصورت زیر تعریف می شود:

$$Ta = \frac{4\Omega_1^2 r_1^2}{\nu^2}\frac{\eta^2 - \mu}{1 - \mu^2}\left(\frac{1-\eta}{\eta}\right)^4 \tag{۳۱}$$

که $\eta = \frac{r_1}{r_2}$ و $\mu = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$. با استفاده از ساده سازیهای مربوط به باریک بودن فاصله بین دو سیلندر، معادلات فوق بشکل کلی معادلات لاپلاس مطابق زیر در می آید:

$$\begin{cases}(D^2 - a^2)u = f(x)V \\ (D^2 - a^2)V = Ta\,g(x)u\end{cases} \tag{۳۲}$$

با حل این معادلات می توان عدد تیلور بحرانی را مطابق زیر بدست آورد[۶]:

$$Ta_{cr} = 1708 \times \frac{1-\eta^2}{\mu - \eta^2 + 2(1-\mu)\eta^2 \ln(1/\mu) \Big/ 1-\eta^2} \quad (۳۳)$$

با تقریب باریک بودن فاصله بین سیلندرها، عدد موج محوری بدون بعد شده در آغاز ناپایداری برابر $k_{cr} = 3.12$ محاسبه می شود. طول موج مربوطه در اغاز ناپایداری برابر $\lambda_{cr} = 2d$ است که دو برابر اندازه یک سلول مربعی است. در حالت حدی $\frac{\Omega_2}{\Omega 1} \to 1$ عدد تیلور بحرانی با عدد ریلی بحرانی برابر است. این موافقت قابل پیش بینی بود زیرا که در این حالت حدی $\alpha = 0$ است و مسئله مقدار ویژه به مسئله بنارد کاهش می یابد. در استوانه هایی که در خلاف هم می چرخند حل ریلی جریان را ناپایدار پیش بینی می کند. این در حالی است که در حالت جریان لزج جریان می تواند پایدار باقی بماند.

نتایج عددی و بررسی نتایج

گسترش ورتکسهای تیلور در فاصله بین سیلندرها در شکل شماتیک (۲) نشان داده شده است. ورتکسهای تیلور بصورت گردابه هائی که در خلاف جهت هم می چرخند و مانندحلقه هایی در اطراف استوانه ها گسترش می یابند. تیلور در مشاهدات تجربی خود به کمک تزریقات رنگی توانست عدد موج بحرانی، $k_{cr} = \frac{2\pi d}{\lambda}$، در حدود ۳/۱۲ را در آغاز ناپایداری اندازه گیری کند. طول موج، λ، در این رابطه بر اساس فاصله محوری اندازه گیری می شود که هر دو گردابه اشغال می کنند. بر این اساس در روش عددی حاضر طول موج $\lambda_{cr} = 0.01(m)$ و عدد موج $k_{cr} = 3.05$ محاسبه شدند.

برای بدست آوردن عدد تیلور بحرانی با نقطه ای که جریان پایدار بود تحلیل آغاز شد و بتدریج با افزایش عدد تیلور نتایج با یکدیگر مقایسه گردید (شکلهای۳ تا ۶). در حالت پایدار با اینکه در ابتدای سیلندرها ورتکسهایی تشکیل می گردد اما به علت آثار لزجت در جلوگیری از ناپایداری این گردابه ها به داخل سیلندر گسترش نمی یابند. با افزایش سرعت نسبی بین سیلندرها نیروهای گریز از مرکز بر گرادیان فشار ونیروهای لزج به آرامی غلبه کرده و گردابه ها در جریان به سرعت گسترش می یابند.

همانطور که در شکل(۵) مشاهده می گردد، بتدریج گردابه ها در جریان قدرت بیشتری یافته و تقریباً از شکل (۶) می توان جریان را بطور کامل ناپایدار در نظر گرفت. این فرایند در نقاط مختلفی که در نمودار (۷) نشان داده شده است تکرار گردید و تیلور بحرانی حاصل بر حسب حل عددی جریان لزج با نمودار تیلور مقایسه گردید. در این نمودار نقاط واقع در سمت راست و چپ به ترتیب نماینده حالاتی است که دو استوانه در جهات یکسان و غیر یکسان در حال چرخش می باشند.

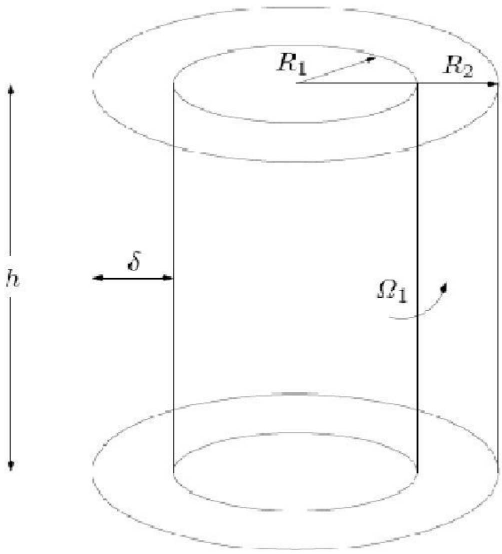
نقاط واقع بر محور عمودی نماینده حالاتی است که استوانه خارجی ساکن، و استوانه داخلی در حال چرخش می باشد. همانطور که در شکل (۷) مشاهده می شود نتایج حاضر اختلاف ناچیزی درحالت چرخش مختلف الجهت با نمودار تیلور دارد. برای مثال در حالتی که سیلندر داخلی با سرعت زاویه ای ۱/۵ رادیان بر ثانیه و سیلندر خارجی با سرعت زاویه ای ۱ رادیان بر ثانیه می چرخند؛ بنا بر نمودارتیلور جریان در مرز ناپایداری بوده و عدد تیلور بحرانی برابر ۵۰۶۲ می شود. هر چند درنتایج حاضر برای ناپایداری جریان، سرعت زاویه ای ۰/۹۵ رادیان بر ثانیه در سیلندر خارجی کفایت می کند. عدد تیلور بحرانی در این حالت برابر ۵۳۰۱ محاسبه شده است که اختلافی حدود ۰/۶ درصد را نشان می دهد.

برای دید مناسبتر نسبت به ناپایداری ایجاد شده در جریان، نمودارهای دیگری مثل فشار استاتیک ، فشار دینامیک، سرعت محوری، سرعت شعا عی و ورتیسیته در شکلهای (۸) تا (۱۲) به تصویر کشیده شده است. همانطور که از کانتورهای فشار استاتیکی در شکل (۸) مشخص است ناحیه پرفشار بر روی سیلندر بیرونی و ناحیه کم فشار بر روی سلیندر داخلی تغییر می کنند. در حالیکه مطابق شکل (۹) فشار دینامیکی برروی سلیندر دوار داخلی بیشتر است. کانتورهای سرعت محوری در شکل (۱۰) رفتار پریودیک یکسان ولی معکوسی را بر روی هر دو سلیندر داخل و خارج نشان می دهد. حال آنکه کانتورهای سرعت شعاعی در شکل (۱۱) رفتار پریودیک یکسانی را بر روی هر دو سلیندر داخل و خارج ارائه می دهد. کانتورهای

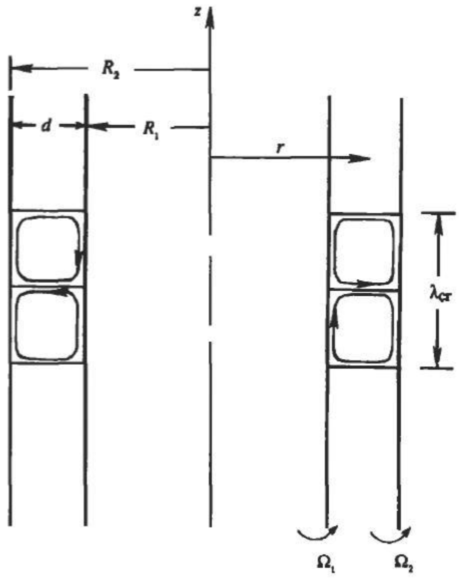
ورتیسیته در شکل (۱۲) هم توزیع ورتکس ها را در الگو های مربعی به تصویر می کشد. این نتایج مطابقت خوبی را با نتایج تجربی نشان می دهد و در فهم شکل پیچیده جریان کمک شایانی می کند.

مراجع

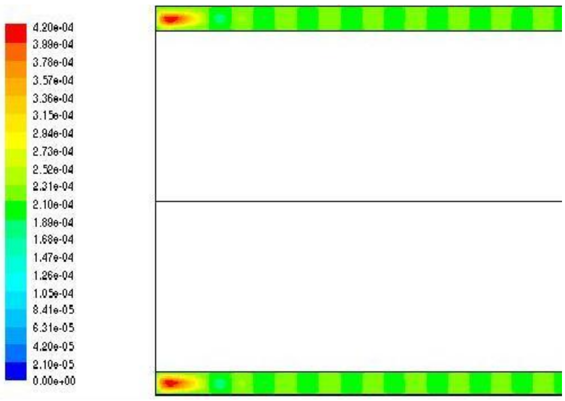
1. Chandrasekhar, S., Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Dover Pub., Inc., New York, 1981.
2. Drazin, P.G., Hydrodynamic Stability, Cambridge University Press, 1997.
3. Taylor, G. I., “Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders,” Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Vol. 223 , pp. 289-343, 1923.
4. Davey, A. “The Growth of Taylor Vortices in Flow between Rotating Cylinders,” J. Fluid Mech., 1962.
5. Lucke, M., “Flow in Small Annulus between Concentric Cylinders,” J. Fluid Mech., Vol. 140, pp. 343-353, 1984.
6. Benjamin, T., “Notes on Multiplicity of Flows in Taylor Experiment,” J. Fluid Mech., Vol. 121, pp. 343-353, 1984.



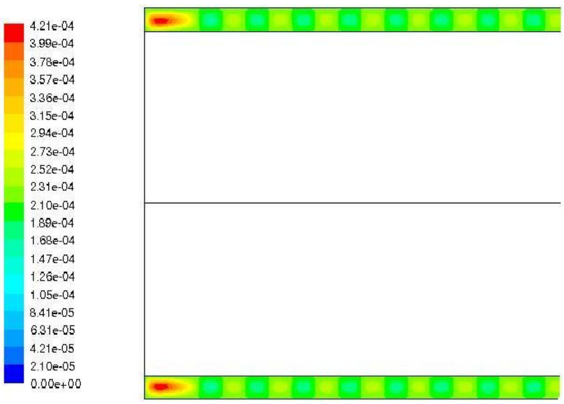
شکل(۱)- هندسه مورد مطالعه



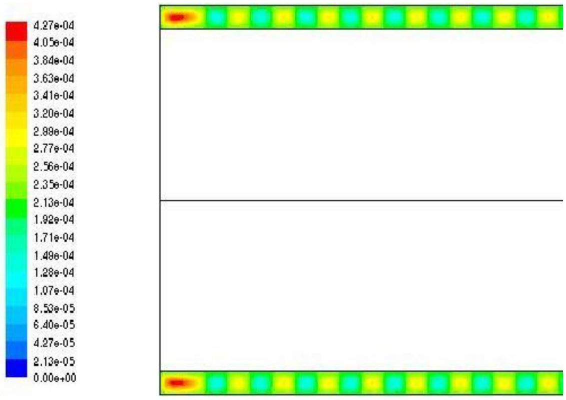
شکل(۲)- ورتکس های تیلور



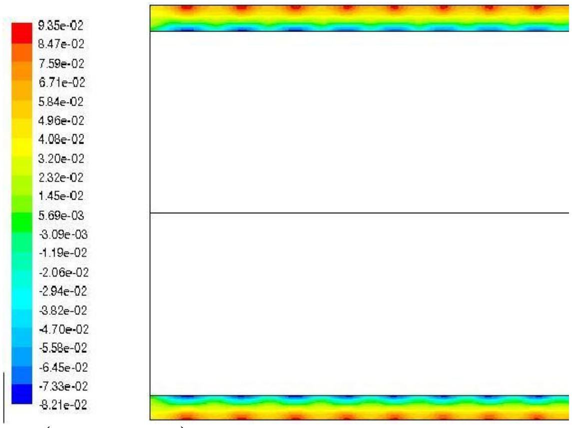
شکل(۳)- کانتورهای تابع جریان- جریان پایدار $(Ta = 500)$.



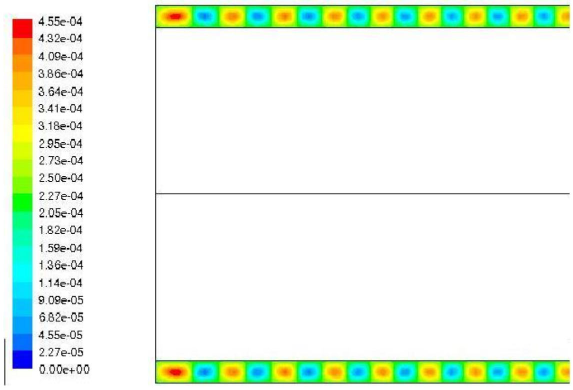
شکل(۴)-کانتورهای تابع جریان- ورتکس های محو شونده $(Ta = 1000)$.



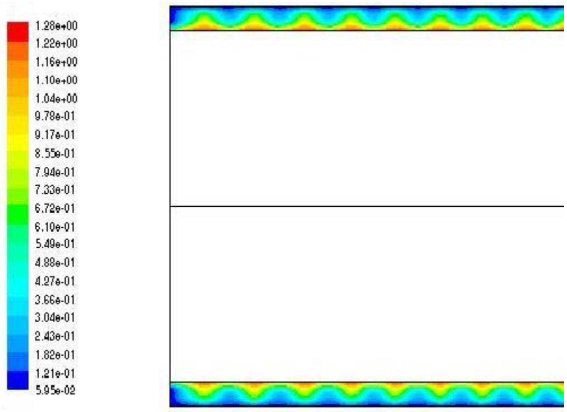
شکل(۵)-کانتورهای تابع جریان- رشد ورتکس ها $(Ta = 3000)$.



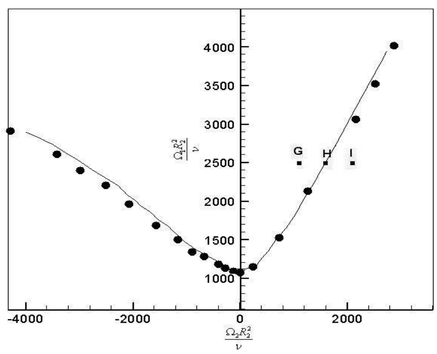
شکل(۸)- کانتورهای فشار استاتیکی $(Ta = 5062)$.



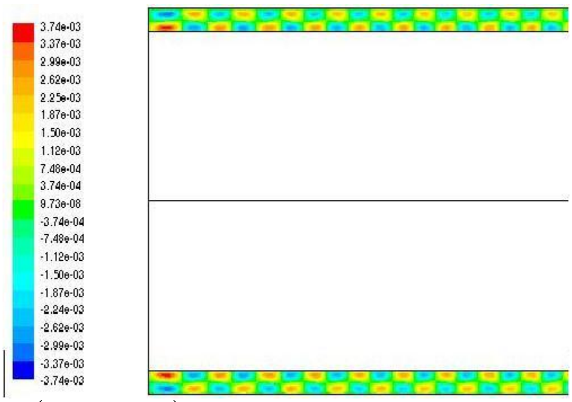
شکل(۶)-کانتورهای تابع جریان- جریان کاملا ناپایدار $(Ta = 5062)$.



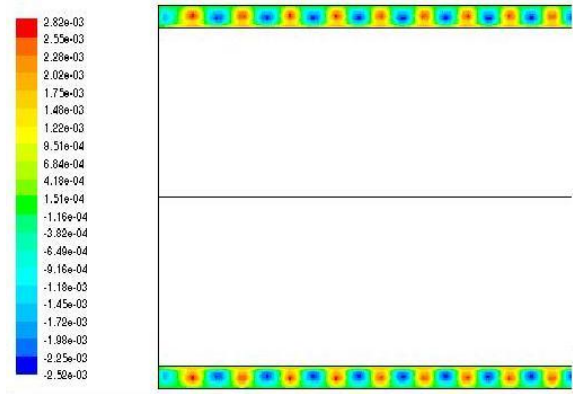
شکل(۹)- کانتورهای فشار دینامیکی $(Ta = 5062)$.



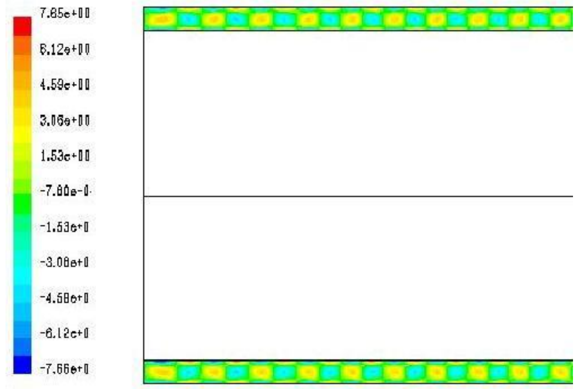
شکل(۷)- مقایسه نتایج حاضر(سمبل ها) با تابع تیلور



شکل(۱۰)- کانتورهای سرعت محوری $(Ta = 5062)$.



شکل(۱۱)- کانتورهای سرعت شعاعی
$(Ta = 5062)$.



شکل(۱۲)- کانتورهای ورتیسیته $(Ta = 5062)$.