

مطالعه عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال درون یک محفظه مستطیلی در ناحیه گذار و بررسی تأثیرات عدد پرانتل، ضریب شکل و زاویه محفظه نسبت به افق

علی محمدی نصرآبادی

دانشجوی کارشناسی ارشد

alimohamadi_nasr@yahoo.com

محمدجدیدی

دانشجوی کارشناسی ارشد

m_jadidi@yahoo.com

احمد صدقات

استادیار دانشگاه صنعتی اصفهان

sedaghat@cc.iut.ac.ir

چکیده

در این مقاله به بررسی تأثیر عدد پرانتل، ضریب شکل و دوران محفظه بر روی تغییرات عدد ناسلت، ضریب جابجایی و ناپایداری درمسأله بنارد می‌پردازیم. مدل سازی انجام شده براساس فرض بوزینسک در محدوده $Ra < 80000$ برای یک محفظه مستطیل شکل با ضریب منظر ۶ می‌باشد. در ابتدا تأثیر عدد پرانتل بر روی ضرایب حرارتی h و Nu برای ریلی‌های کوچکتر از ۸۰۰۰۰ را بررسی کرده‌ایم، برای این منظور دو سیال هوا با پرانتل ۰/۷۰۴ و آب با پرانتل ۳/۷۷ در نظر گرفته شده است که تأثیر افزایش عدد پرانتل باعث به تأخیر انداختن ناپایداری، و افزایش ریلی باعث افزایش عدد ناسلت گردید. در ادامه در یک ریلی خاص، ۴۰۰۰۰، به ازای ضرایب منظر گوناگون ۳، ۴، ۶، ۸، ۹ برای پرانتل ۰/۷۰۴ تأثیر ضریب منظر را مورد توجه قراردادیم، که مشاهده گردید افزایش ۲۰٪ در ضریب منظر باعث تغییر ۸٪ در ناسلت می‌شود. همین طور به بررسی تأثیر دوران محفظه بر روی ضریب جابجایی و عدد ناسلت پرداخته‌ایم که انحراف از حالت افقی تا زاویه ۱۰ درجه باعث کاهش شدید در ناسلت به دلیل کاهش ناپایداری خواهد شد، سپس به افزایش عدد ناسلت تا زاویه حدود ۹۰ درجه به علت افزایش مولفه نیروی حجمی در راستای دوران مواجه می‌شویم؛ بعد از آن به علت از بین رفتن گرادیان دما در خلاف جهت شتاب گرانش شاهد یک روند نزولی در Nu می‌باشیم که در نهایت منجر به $Nu = 1$ در زاویه ۱۸۰ درجه می‌شود. و در انتها تأثیر تغییرات ریلی بر روی ناپایداری ریلی- بنارد مورد بررسی قرار گرفته است. مسأله به صورت یک محفظه مستطیل شکل دو بعدی با شرایط سطح بالایی با دمای ۳۰۰ K و سطح پایینی با دمای ۳۴۰ K و دو دیواره کناری عایق در نظر گرفته شده است.

کلمات کلیدی: ناپایداری ریلی، بنارد، نیروی شناوری، انتقال حرارت جابجایی طبیعی، ریلی

مقدمه

مبحث انتقال حرارت ریلی- بنارد از چند جهت قابل توجه است. یکی به علت استفاده در صنعت از نظر ساده بودن فرآیند، صرفه اقتصادی، صدای کم و بازیابی مجدد مورد توجه خاص است. همچنین کاربردهایی مانند صنایع برودتی، دستگاههای ترانسفورماتور الکتریکی و سیستم‌های تهویه مطبوع و همین طور محفظه‌های ثابت که دمای دیوارهای مقابل آن با هم متفاوت باشد را می‌توان با مساله ریلی بنارد مدل کرد و از جهت دیگر در بحث گذار جریان از حالت آرام به مغشوش و بررسی پدیده ناپایداری که

مورد توجه محققین است.

مسأله ناپایداری لایه‌ای از سیال که از سمت پایین حرارت می‌بیند به مسأله ناپایداری ریلی- بنارد معروف است. عامل اصلی ناپایداری نیروی شناوری ذرات گرم بالا رونده و نیروی گرانش ذرات سردتر پایین رونده است. این مسأله برای اولین بار در سال ۱۹۰۰ برای حالتی که سیال از پایین توسط سطح صلبی گرم و در بالا در معرض هوا قرار داشت توسط بنارد صورت گرفت.

ریلی در سال ۱۹۱۶ تئوری خود را برای شرایط ناپایداری سیال محصور بین دو سطح ثابت صلب ارائه کرد. او نشان داد ناپایداری هنگامی اتفاق می‌افتد که $\beta = -\frac{\partial T}{\partial Z}$ به اندازه کافی بزرگ شود و بر مبنای آن عدد بی بعد ریلی، Ra را تعریف کرد.

هنگامی که اختلاف دمای پایین و بالا محفظه از یک مقدار بحرانی بیشتر شود مقدار نیروی شناوری از نیروی پایدار کننده که ناشی از تأثیرات ویسکوزیته است بیشتر شده و سیال شروع به حرکت می‌کند این پدیده توسط چاندراسخار [۱]، درازین و رید [۲] به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته است.

در مورد نوع سیال به کار رفته در محفظه، بحث انتقال حرارت، ناپایداری و تأثیرات شرایط مرزی بر روی مسأله ناپایداری ریلی- بنارد می‌توان به کارهای، [۴] M. Papari که به بررسی سیر رفتار مخلوطی از گازها برای جریان آرام به مغشوش، [۶] M. A. Kuezmarski که به مقایسه حل ناپایداری ریلی بنارد برای دو حالت وابسته و مستقل از زمان، [۷] H. M. Park and D. H. Ryu، که به بررسی ریلی بحرانی برای شرایط مختلف مرزی و [۱۳] J. Pallares, F.X. Grau که به تحلیل سه بعدی مسأله ناپایداری ریلی- بنارد برای حالت $Ra < 60000$ پرداخته‌اند، اشاره کرد.

سیال بوزینسک

برای تحلیل مساله ریلی- بنارد از فرض سیال بوزینسک استفاده می‌شود، به طور کلی در مسأله ریلی- بنارد برای یک لایه سیال در یک محفظه بسته که دمای سطح پایین آن بیشتر از دمای صفحه بالایی باشد دو نوع مکانیزم برای انتقال حرارت وجود دارد که بستگی به ریلی بحرانی دارد که در مکانیزم اول انتقال حرارت توسط هدایت مولکولی و در مکانیزم دوم انتقال حرارت جابجایی نیز به آن اضافه می‌شود.

$$Gr = \frac{\beta_r \Delta T g L^3}{\nu^2} \quad (8)$$

نکته‌ای که باید بدان دقت کرد این است که استفاده از فرض بوزینسک هنگامی که اختلاف دمای $(T_H - T_C)$ اندک باشد معتبر است که T_C دمای سطح صلب سرد و T_H دمای سطح صلب داغ است، به طوری که با افزایش اختلاف دمای سطح گرم و سرد باید در استفاده از فرض بوزینسک تجدید نظر کرد.

در نرم افزار فلونت [۳] اعتبار این فرض مادامی که $\beta_r (T_H - T_C) \leq 1$ باشد برقرار است.

معادلات حاکم در مسأله ناپایداری ریلی - بنارد

برای بررسی مسأله ریلی - بنارد معادلات پیوستگی، مومنوم و انرژی با فرض بوزینسک به صورت زیر استفاده می‌شود [۱].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{p}{\rho_b} \right) + g (1 - \beta (T - T_b)) \bar{k} + \nu \Delta u$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \kappa \Delta T$$

که $\Delta = \partial^2 / \partial x_j^2$ اپراتور لاپلاسین است.

برای محاسبه عدد ریلی بحرانی برای یک لایه سیال نامتناهی با شرایط مرزی صلب-صلب، روابط بالا را به صورت زیر بی‌بعد می‌سازیم.

$$\nabla \bar{u} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{D \bar{u}}{Dt} = -\nabla p + Pr \Delta \bar{u} + Gr \theta \bar{k}$$

$$\frac{D \theta}{Dt} = \Delta \theta$$

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad \text{که دمای بی بعد می‌باشد.}$$

جریان پایه (Base flow) به کمک معادلات فوق به صورت زیر برای لایه سیال در لحظه $t=0$ به دست می‌آید.

$$U_0 = 0 \quad (11)$$

$$\theta = 1 - \beta z$$

$$P_0(z) = p_b - Gr(z - z^2/2)$$

تغییرات این جریان در زمان با کمک ترمهای اغتشاشی u' ، θ' و p' به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$u = \epsilon u'(x, y, z, t) \quad (12)$$

$$T = T_c(z) + \epsilon \theta'(x, y, z, t)$$

$$p = p_0(z) + \epsilon p'(x, y, z, t)$$

با قرار دادن این پارامترها در معادلات بی بعد شماره (۱۰) خواهیم داشت:

$$\nabla \cdot u' = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} = -\nabla p' + Gr \theta' \bar{k} + Pr \Delta u'$$

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} - w' = \kappa \Delta \theta'$$

عدد بی بعد ریلی معیاری است که توسعه نیروی شناوری در مسأله ریلی - بنارد را برای ما مشخص می‌کند که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$Ra \equiv \frac{\rho_i - \rho}{\rho_i} \frac{gL^3}{\alpha \nu} \quad (1)$$

که در آن ν لزجت سینماتیکی و α ضریب پخش گرما می‌باشد.

همچنین عدد ریلی را می‌توانیم به صورت حاصل ضرب دو عدد بعد گراشف، Gr و عدد پرائنتل، Pr نوشت یعنی $Ra = GrPr$ که عدد گراشف به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$Gr \equiv \frac{(\rho_i - \rho) g L^3}{\rho_i \nu^2} \quad (2)$$

و عدد پرائنتل

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k} \quad (3)$$

هنگامی که عدد ریلی کوچکتر از ریلی بحرانی Ra_c باشد سیال ساکن بوده و انتقال حرارت توسط اولین مکانیزم انجام می‌شود. در این مکانیزم نیروی شناوری ضعیف است و توانایی غلبه بر نیروی ویسکوزیته را ندارد، در نتیجه انتقال حرارت تماماً توسط هدایت مولکولی انجام می‌شود، پروفیل دما یک پروفیل خطی و عدد ناسلت برابر یک می‌باشد. این روند تا زمانی که $Ra < Ra_c$ باشد ادامه دارد. هنگامی که عدد ریلی تدریجاً افزایش یابد تا $Ra_c < Ra$ شود نیروی شناوری شدت یافته و در نهایت به نیروی ویسکوزیته غالب شده و سیال شروع به حرکت کرده و دومین مکانیزم انتقال حرارت (جابجایی) شروع می‌شود. در این مکانیزم حرکت آرام سیال به صورت رولهای دو بعدی که به سلولهای بنارد معروف است دیده می‌شود.

هنگامی که عدد ریلی به مقدار یک یا دو مرتبه نسبت به ریلی بحرانی افزایش می‌یابد، جریان سلول وار به طور فزاینده‌ای پیچیده می‌شود و رولهای دوبعدی به حالت سه بعدی تبدیل شده که از بالا دارای ساختار شش ضلعی می‌باشند و در ریلی‌های بالاتر تعداد سلولها چندین برابر شده و به طور ناگهانی جریان شروع به نوسانی شدن می‌کند و مغشوش می‌شود.

همان طور که گفته شد شروع ناپایداری به ریلی بحرانی بستگی دارد که Ra_c توسط مطالعات و آزمایشات گوناگون در محدوده $1000 < Ra_c < 3000$ پیشنهاد شده است که یک دلیل برای این محدوده وسیع ریلی بحرانی استفاده از فرض‌های مختلف است که یکی از آن فرض‌ها فرض بوزینسک است که براساس این فرض کلیه خواص سیال به جز چگالی سیال در ترم شناوری معادله مومنوم، ثابت در نظر گرفته می‌شود [۶]. تحت این شرایط خواهیم داشت:

$$\frac{\rho_i - \rho}{\rho_i} = \beta_r (T - T_i) \quad (4)$$

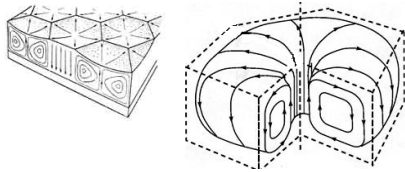
$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (5)$$

که β_T ضریب انبساط حجمی می‌باشد. برای یک گاز ایده آل می‌توان نشان داد که:

$$\beta_T = \frac{1}{T} \quad (6)$$

برای یک سیال بوزینسک عدد ریلی و گراشف به صورت زیر بیان می‌شوند:

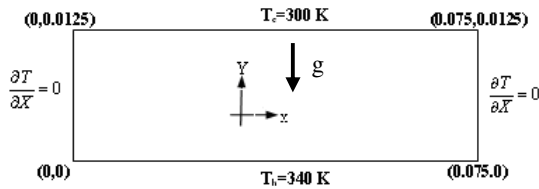
$$Ra = \frac{\beta_r \Delta T g L^3}{\alpha \nu} \quad (7)$$



شکل ۱. نمای سه بعدی از یک سلول بنارد با مقطع شش ضلعی

شبیه‌سازی عددی

در این مقاله برای محاسبات عددی از نرم افزار فلونت ۶ استفاده شده است. همان طور که ذکر شد ناحیه مورد حل یک محفظه مستطیل شکل دوبعدی می‌باشد که دمای سطح صلب پایینی ۳۴۰ K و دمای سطح صلب بالایی ۳۰۰ K می‌باشد. تمام خواص سیال مورد استفاده در این شبیه سازی در دمای میانگین ۳۲۰ K اندازه‌گیری شده است.



شکل ۲. نمایی از فیزیک مساله

برای مش‌بندی ناحیه مورد نظر از نرم افزار گمبیت [۳] استفاده شده است. مش‌بندی به صورت یکنواخت با سلولهای مربعی شکل در ابعاد ۰/۰۰۰۱۰۴۱۶۷ (که ۱۲۰ گره در عرض و ۷۲۰ گره در طول را شامل می‌شود) است. مطالعه شبکه‌بندی عددی درج شده در جدول ۱ نشان داد که وابستگی به شبکه عددی برای یک شبکه ۱۲۰ گره در عرض و ۷۲۰ گره در طول ناچیز می‌شود بنابراین از این شبکه‌بندی استفاده شد. علت استفاده از مش یکنواخت وجود عوامل ناپایدار کننده در تمام ناحیه حل می‌باشد. که این مسأله ریز کردن موضعی مش را منتفی می‌سازد. با توجه به جدول زیر این مش‌بندی مناسب تشخیص داده شده است [۶].

همان طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود در هر مرحله تعداد نقاط را دو برابر کرده‌ایم که تفاوت انتقال حرارت از سطح گرم برای مش مرحله دوم با مرحله سوم برابر با ۰/۰۳۲٪ است که این مساله کیفیت مش در مرحله دوم را تا یبید می‌کنند. حل انجام شده در فلونت ۶، با انتخاب دقت مضاعف صورت گرفته است حل برای حالت پایا و گسسته سازی به شیوه حجم کنترل انجام شده است. با توجه به غیر قابل تراکم بودن سیال و عدم کوپل شدن معادله انرژی و مومنوم از روش حل Segregated با فرمول‌بندی صریح استفاده شده است. نحوه گسسته سازی معادله فشار به صورت مرتبه دوم و معادلات انرژی و مومنوم به صورت QUICK می‌باشد. و معادله اتصال سرعت-فشار به صورت Simple تعریف شده است [۹].

جدول ۱. اندازه‌گیری حساسیت مش

مش	تعداد گره در طول	تعداد گره در عرض	تغییرات شار حرارتی
مش (۰)	۶۰	۳۶۰	
مش (۱)	۱۲۰	۷۲۰	$(Q_1 - Q_0) / Q_0 = 0.036$
مش (۲)	۱۸۰	۱۴۴۰	$(Q_2 - Q_1) / Q_1 = 0.0032$

با تعریف مدهای نرمال به صورت زیر:

$$w'(x,y,z,t) = w(z) f(x,y) e^{st} \quad (14)$$

$$\theta'(x,y,z,t) = \theta(z) f(x,y) e^{st}$$

که s عددی موهومی است که نشانگر رشد یا اضمحلال اغتشاشات خواهد بود و به صورت $s = \sigma + i\omega$ تعریف می‌شود. با قرار دادن مدهای نرمال در معادلات (۱۳) معادله انرژی به صورت زیر ساده می‌شود.

$$(D^2 - a^2 - \sigma)\Theta = -W \quad (15)$$

همین طور معادله مومنوم به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$(D^2 - a^2) \left(D^2 - a^2 - \frac{\sigma}{Pr} \right) W = a^2 Ra \Theta \quad (16)$$

در این حالت با ترکیب معادله مومنوم و انرژی خواهیم داشت:

$$(D^2 - a^2)^3 w = -Ra^2 w \quad (17)$$

که اوپراتور $D = d/dz$ یک اوپراتور مشتق‌گیری در جهت z است.

برای حالت صلب-صلب شرایط مرزی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$W = DW = \Theta = 0 \quad (18)$$

$$W = DW = D^4 W - \left(2a^2 + \frac{\sigma}{Pr} \right) D^2 W = 0$$

که حل عمومی معادله انرژی به صورت زیر خواهد بود:

$$W = e^{\pm qc} \quad (19)$$

که q از روابط زیر به دست می‌آید.

$$(q^2 - a^2)^3 = -a^2 Ra \quad (20)$$

در این حالت جواب معادله دارای مود فرد و زوج می‌باشد در مود زوج، سرعت عمودی نسبت به صفحه وسط تقارن دارد و در مود فرد، سرعت عمودی غیر متقارن است که حل آن در حالت مود زوج به مقدار

$$Ra_c = 170.7/76$$

$$a_c = 3/117$$

و مود فرد به مقدار زیر خواهد رسید.

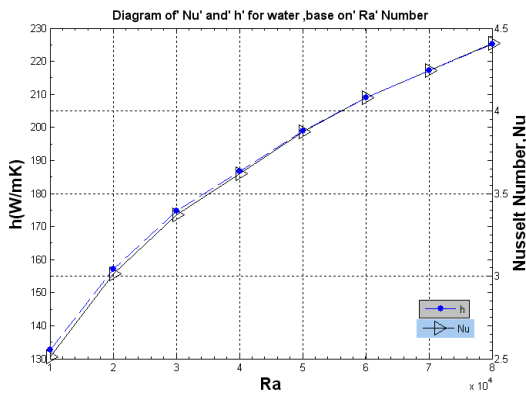
$$Ra_c = 17610/3$$

$$a_c = 5/365$$

با توجه به اینکه عدد ریلی بحرانی بدست آمده از جواب مود زوج کوچکتر از عدد حاصل از جواب مود فرد است، بنابراین جواب مورد قبول جواب مود زوج است که منطبق بر واقعیت فیزیک مسأله نیز می‌باشد [۱].

مقدار عددی بدست آمده برای ریلی بحرانی، ۱۷۰۸، به معنای ناپایداری کامل سیستم نمی‌باشد بلکه ضعیف‌ترین مود انرژی به علت بوجود آمدن اغتشاش ناشی از نیروی شناوری از حالت پایدار خارج شده است. در مورد مساله مطرح شده در این مقاله از [۷] برای تعیین ریلی بحرانی استفاده می‌کنیم که این مقدار برابر ۱۷۶۴/۸ است.

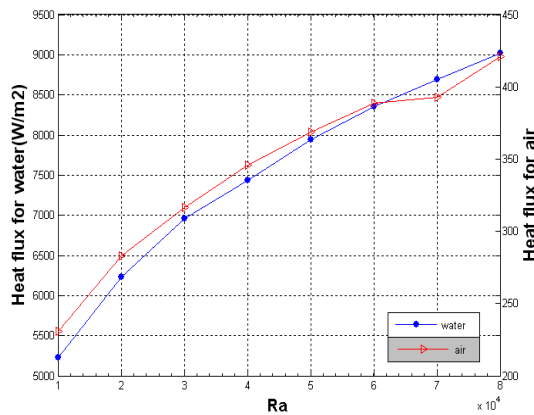
در محدوده $2200 < Ra < 1764/8$ جریان از حالت پایدار شروع به ناپایدار شدن می‌کند که در این بازه جریان آرام دارای رولهایی با مقطع چهار وجهی می‌باشد که همان سلولهای بنارد است با افزایش ریلی از مقدار ۳۲۰۰ رولهای دو بعدی به حالت سه بعدی با مقطع شش ضلعی در می‌آید در این حالت جریان کاملاً ناپایدار است، لازم به ذکر است که تا محدوده $10^9 < Ra < 5$ جریان آرام و بعد از این مقدار جریان کاملاً مغشوش است.



حساب ریلی‌های مختلف

بررسی تاثیر عدد پرانتل بر روی رژیم جریان

در اثر افزایش عدد ریلی میزان انتقال حرارت افزایش پیدا می‌کند که این مساله با توجه به شکل (5) قابل مشاهده است اما نکته‌ای که در این قسمت قابل توجه است تاثیر عدد پرانتل در میزان انتقال حرارت است. که برای $Pr < 1$ (هوا) مقدار انتقال حرارت از محور عمودی سمت راست شکل و برای $Pr > 1$ از محور عمودی سمت چپ بدست می‌آید.



شکل 5. شار حرارتی برای هوا و آب بر حسب ریلی‌های مختلف

برای مشخص شدن بیشتر تاثیر عدد پرانتل در مساله ناپایداری به شکل (6) توجه می‌کنیم میزان تغییر در عدد پرانتل تاثیری عمده‌ای در مقدار عدد ناسلت ندارد.

بلکه عمده تاثیر عدد پرانتل در به تاخیر انداختن عامل ناپایداری است در واقع می‌دانیم که هر چقدر نیروی ویسکوزیته بیشتر باشد نیروی شناوری بیشتری برای غلبه بر آن احتیاج داریم.

بررسی تاثیر ضریب منظر

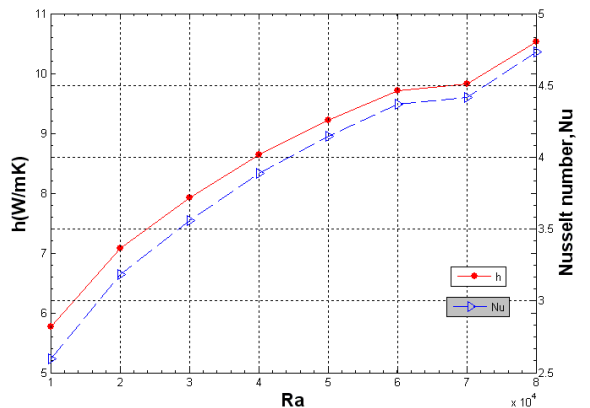
نتایج در دو شکل (7) و (8) آورده شده است که در شکل (8) مقدار عدد ناسلت و ضریب منظر نسبت به حالت ضریب منظر 6 نرمالایز شده است. ضریب منظر AR به صورت نسبت طول به عرض تعریف شده است لازم به ذکر است که نتایج مربوط به پرانتل $Pr = 0.7042$ و $Ra = 40000$ می‌باشد. با استفاده از نتایج مشخص شد که تغییر ضریب منظر تاثیر عمده‌ای چه در

با توجه به این که این مساله از دسته مسائل ناپایدار می‌باشد انتخاب معیار همگرایی از اهمیت قابل توجه‌ای برخوردار است در ابتدا برای معادله پیوستگی مقدار باقیمانده 10^{-3} ، برای معادلات مومنوم 10^{-5} و معادله انرژی 10^{-6} منظور گردید [6]. اما با توجه به کانتورهای سرعت و دما و مقایسه آن باحلال‌های موجود بدین نتیجه رسیده شد که معیارهای موجود از اعتبار کافی برخوردار نمی‌باشد لذا همگرا شدن کامل مساله را موکول به همگرایی در مونتورهای سرعت، دما و شار حرارتی در مقاطع مورد نظر ناحیه حل گردید. در این حالت دیده شد که در همگرایی کامل مساله مقادیر باقیمانده برای پیوستگی به 10^{-5} و برای مومنوم 10^{-6} و برای انرژی 10^{-7} رسیده است.

نتایج عددی

با توجه به اینکه اختلاف دمای ثابت موردنظر در این مساله $40K$ است و خواص مواد ثابت فرض شده است، با توجه به فرض بوزینسک برای بدست آوردن نتایج در ریلی‌های متفاوت مقدار g (شتاب گرانش) را به تناسب عدد ریلی تغییر داده‌ایم، برای مثال در $Ra = 10000$ مقدار g برای هوا $18/64$ و برای آب 0.18117 در نظر گرفته شده است [4 و 3].

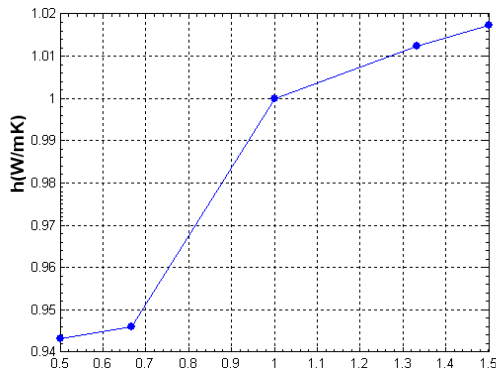
نتایج مربوط به ضرایب حرارتی برای $Pr = 0.7042$ در رژیم $Ra \leq 8 \times 10^4$ در شکل (3) آمده است همان طور که در شکل مشاهده می‌کنیم این دیاگرام شامل دو نمودار h و Nu می‌باشد که هر دو دارای یک روند صعودی نسبت به افزایش ریلی می‌باشند که کاملاً با فیزیک مساله تطابق دارند.



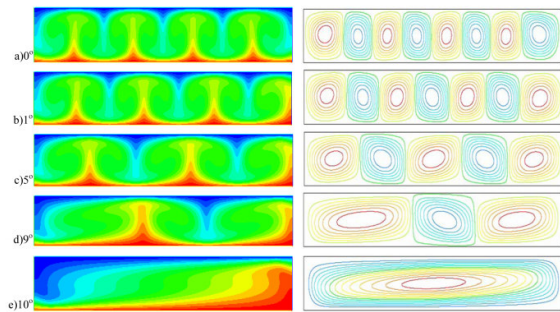
شکل 3. تغییرات ضرایب حرارتی h و Nu مربوط به هوا با $Pr = 0.7042$ بر

حساب ریلی‌های مختلف

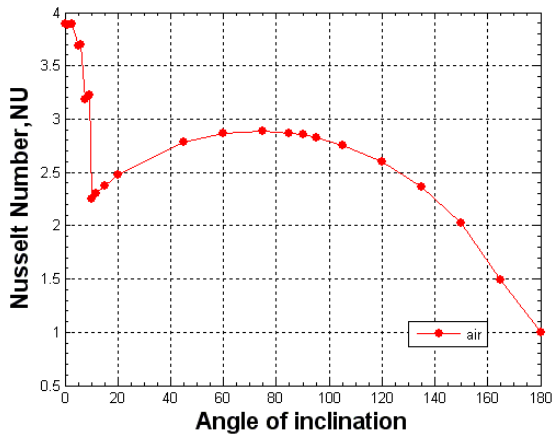
در شکل (4) نتایج مربوط به ضرایب حرارتی h و Nu مربوط به $P = 3/7$ در رژیم جریان $Ra \leq 8 \times 10^4$ آمده است. باز هم قابل توجه است که هر دو ضریب حرارتی نسبت به افزایش ریلی روند صعودی خود را حفظ کرده‌اند. در شکل بالا نکته‌ای که حائز اهمیت است این است که با افزایش ناپایداری غیر از این که میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد به علت افزایش نیروی شناوری و غلبه بر نیروی ویسکوزیته سیال، سهم عمده انتقال حرارت مربوط به انتقال حرارت جابجایی است.



شکل ۸. عدد ناسلت نرمال شده برای هوا بر حسب ضریب منظرهای نرمال شده نسبت به ضریب منظر ۶ برای عدد پرانتل ۰/۷۰۴۲ و عدد ریلی ۴۰۰۰



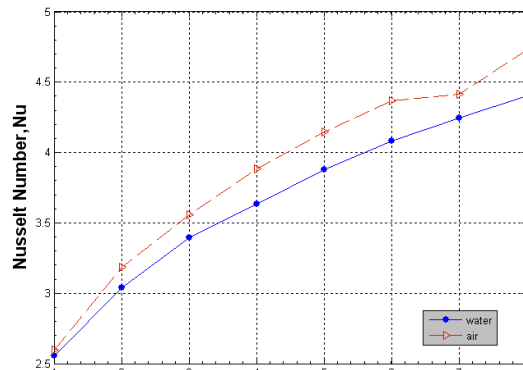
شکل ۹. کاهش ناپایداری با توجه به شکل و کانتورهای دما در سمت چپ و سلولهای بنارد در سمت راست به ازای انحراف از حالت افقی (a) صفر درجه (b) ۱ درجه (c) ۵ درجه (d) ۹ درجه (e) ۱۰ درجه



شکل ۱۰. تغییرات ضرایب حرارتی h و Nu مربوط به $Pr = 0.7042$

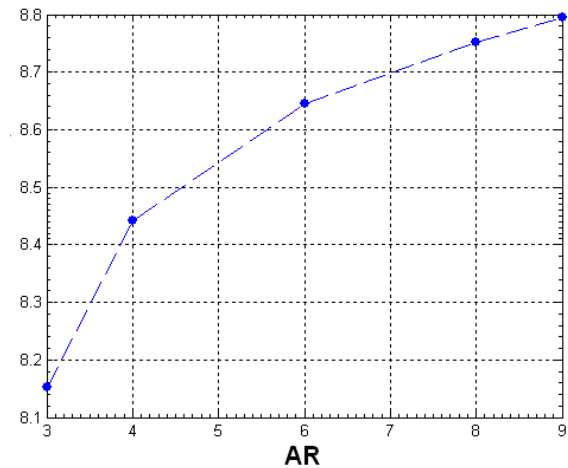
بر حسب انحراف از حالت افقی بر حسب درجه

باید انتقال حرارت و نوسلت همچنان روند نزولی خود را بعد از ۱۰ درجه با شیب کمتر به علت کاهش شتاب گرانش در راستای خلاف جهت گرادیان دما حفظ کند اما به علت افزایش نیروی حجمی محرک در راستای عمود بر گرادیان دما که سبب افزایش سرعت حلقه‌های جریان و در نتیجه، افزایش h و Nu و شار حرارتی می‌شود، شکل (۱۳). این روند تا محدوده زاویه حدود ۹۰ درجه ادامه خواهد داشت که بعد از آن بحث پتانسیل دما کلاً منتفی خواهد شد و انتقال حرارت جابجایی همچنان پررنگ می‌ماند.



شکل ۶. عدد ناسلت برای هوا و آب بر حسب رایلی‌های مختلف

شروع ناپایداری و چه توسعه ناپایداری و میزان عدد ناسلت ندارد که با استفاده از [7] مشخص می‌شود که افزایش ضریب منظر باعث کاهش جزئی در مقدار ریلی بحرانی می‌شود و ناپایداری زودتر شروع خواهد شد.



شکل ۷. ضرایب حرارتی h برای هوا بر حسب ضریب منظرهای مختلف، برای عدد پرانتل ۰/۷۰۴۲ و عدد ریلی ۴۰۰۰

همان‌طور که در شکل (۸) نشان داده‌ایم افزایش ۲۰٪ در عدد ضریب منظر تنها باعث افزایش ۸٪ عدد ناسلت می‌شود.

بررسی تاثیر دوران محفظه بر روی رژیم جریان

منظور از دوران محفظه، دوران، حول مبدا در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌باشد، همان‌طور که در شکل‌های (۹)، (۱۰)، (۱۱)، (۱۲)، (۱۳) و جدول شماره (۲) مشاهده می‌شود با انحراف محفظه از حالت افقی در ابتدا یک افت شدید در عدد نوسلت مشاهده می‌شود که علت آن کاهش ناپایداری با افزایش زاویه انحراف و کاهش تعداد سلولهای بنارد می‌باشد. سپس تعداد سلولهای بنارد به عدد واحد رسیده و عدد نوسلت با افزایش مجدد انحراف افزایش می‌یابد و به حالت بیشینه موضعی خود در زاویه حدود ۹۰ درجه می‌رسد که پس از انحراف بیشتر از حالت عمودی به علت کاهش سهم انتقال حرارت جابجایی عدد نوسلت یک روند نزولی پیدا خواهد کرد و در نهایت در زاویه $\theta = 180^\circ$ که ما تنها انتقال حرارت هدایت را داریم به عدد نوسلت یک منجر خواهد شد [۸].

نکته‌ای که در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) قابل توجه است این است که به نظر می‌رسد بعد از پشت سر گذاشتن روند کاهش ترم ناپایداری در ناحیه حل

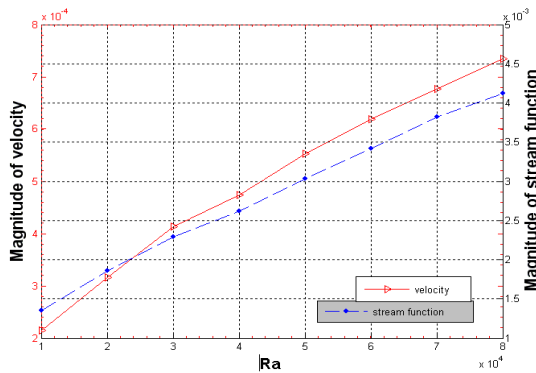
جدول ۲. تغییرات عدد ناسلت و تعداد سلولهای بنارد بر اساس انحراف از

حالت افقی بر حسب درجه برای $Pr=3/77, 0.7042$

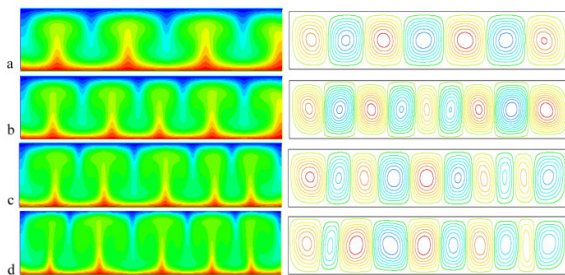
انحراف از حالت افقی بر حسب درجه	تعداد سلولهای بنارد			
	$Pr=3/77$	$Pr=0.7042$	$Pr=3/77$	$Pr=0.7042$
0	10	8	3/670.1413	3/890.2729
1	7	7	3/684.143	3/882.5779
5	5	5	3/51873.7	3/6861348
9	1	3	2/2676944	3/2125.25
10	1	1	2/2876845	2/2495611

نتیجه گیری

همان طور که پیش از این ذکر شد با ناپایدار شدن جریان ابتدا رولهای دوبعدی با قطع مربعی شکل تشکیل خواهد شد و بعد از گذار از عدد ریلی برابر 3200 ، این رولهای دوبعدی به رولهای سه بعدی با مقاطع شش ضلعی از بالا تبدیل می شوند که افزایش عدد ریلی باعث چند برابر شدن تعداد این شش ضلعی ها و بروز حرکات نوسانی و در نهایت مغشوش شدن جریان می شود. بر اساس آنچه گفته شد و همچنین بر اساس شکلهای (۱۴) و (۱۵) می توان نتیجه گرفت که یکی از نشانه های ناپایداری تر شدن جریان افزایش تعداد حلقه های جریان است که این مساله به خوبی در شکلهای (۱۵) قابل مشاهده است. همان طور که مشخص است با افزایش تعداد حلقه ها و ناپایداری تر شدن جریان مقدار سرعت نیز افزایش چشم گیری (حدود ۳ برابر) دارد که این مساله به خوبی افزایش h و Nu را توجیه می کند که در نهایت می توان انتظار داشت با یک اختلاف دما و هندسه ثابت با افزایش ناپایداری مقدار انتقال حرارت جابجایی افزایش پیدا می کند که این مساله به خوبی در شکل (۱۵) قابل مشاهده است.

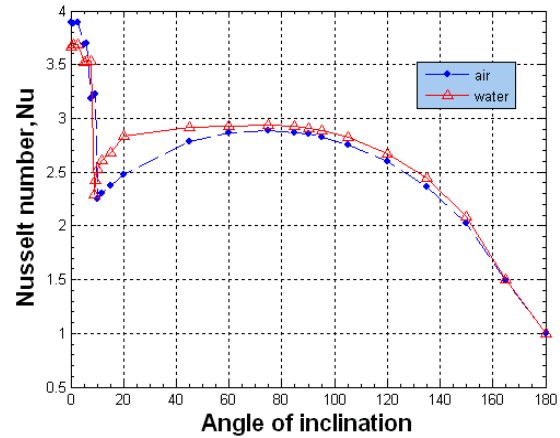


شکل ۱۴. تغییرات مقدار متوسط سرعت و تابع جریان مربوط به $Pr=3/77$ بر حسب ریلی های مختلف

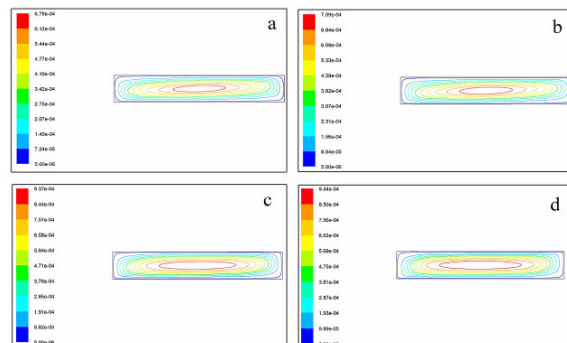


شکل ۱۵. توسعه ناپایداری با توجه به تغییر شکل و تغییر تعداد کانتورهای دما و کانتورهای خطوط جریان به ازای ریلی های

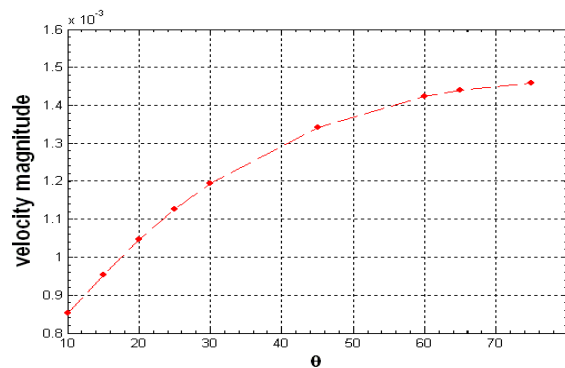
(a) $Ra=10000$ (b) $Ra=20000$ (c) $Ra=40000$ (d) $Ra=80000$



شکل ۱۱. تغییرات ضرایب حرارتی Nu مربوط به پراوتل $3/77, 0.7042$ بر حسب انحراف از حالت افقی بر حسب درجه



شکل ۱۲. کانتورهای سرعت برای تشریح تغییرات صعودی عدد ناسلت بین ۱۰ درجه (کمینه عدد ناسلت) تا ۷۵ درجه (بیشینه عدد ناسلت) که (a): زاویه 10° درجه با بیشینه 6.79×10^{-4} ، (b) زاویه 20° درجه با بیشینه 7.59×10^{-4} ، (c) زاویه 45° درجه با بیشینه 9.37×10^{-4} (d) زاویه 75° درجه با بیشینه 9.44×10^{-4}



شکل ۱۳. تغییرات مقدار متوسط سرعت مربوط به $Pr=3/77$ بر حسب ریلی های مختلف در محدوده 10° درجه تا 75° درجه

- [1] S. Chandrasekhar, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Oxford Univ. Press, London, 1961.
- [2] P.G. Drazin and W. H. Reid, Hydrodynamic Stability Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 1981.
- [3] FLUENT, Fluent, Inc., Lebanon, New Hampshire.
- [4] M. Papari, D.L. Hitt, A. Campo, Dual influence of temperature and gas composition of selected helium-based binary gas mixtures on the thermal convection, enhancement in Rayleigh–Bénard enclosures, international heat and mass transfer, 2000.
- [5] O.G. Martynenko, P. Khramtsov, Free-Convective Heat Transfer, Springer, 2004.
- [6] M. A. Kuczmarski, S. A. Gokoglu, Buoyancy suppression in gases at high temperatures, International Journal of Heat and Fluid Flow, 2006.
- [7] H. M. Park and D. H. Ryu, A Solution Method of Nonlinear Convective Stability Problems in Finite Domains, Journal of Computational Physics, 2000.
- [8] A. Bejan, convection heat transfer, Duke university, 1994
- [9] Fluent, Inc. FLUENT User's Guide. Fluent, Inc., Lebanon, New, Hampshire, 2005.
- [10] H. M. Park and H. S. Lee, Hopf bifurcations of viscoelastic fluids heated from below, J. Non-Newtonian Fluid, Mech. 66, 1, 1996.
- [11] H. M. Park and O. Y. Chung, Inverse natural convection problem of estimating wall heat flux, Chem. Eng. Sci. 55, 2131, 2000.
- [12] B. Calcagni, F. Marsili, M. Paroncini, Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below, Applied Thermal Engineering, 2005.
- [13] J. Pallaresa, F. Graua Francesc Giralb, Flow transitions in laminar Rayleigh–Bénard convection in a cubical cavity at moderate Rayleigh numbers, international heat and mass transfer, 2004.