

بررسی و تحلیل جریان در تراسترهای MPD به روش SOR-TVD

محمود عدمی^۱، روح الله خوشخو^۲، احمد صداقت^۳

۱- شاهین شهر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، دانشکده مهندسی مکانیک و هوا فضا

۲- اصفهان، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مهندسی مکانیک

E-mail: M_Adami_MUT@yahoo.com

چکیده

در این مقاله به تحلیل و بررسی جریان در تراستر MPD خود القایی پرداخته شده است. معادلات به کار برده شده MHD می باشد که در آن گاز به صورت یونیزه کامل در نظر گرفته شده است. معادلات به صورت اختلاف محدود حل شده است. معادلات ناویر استوکس به روش TVD و معادله القاء مغناطیسی به روش SOR حل شده است. نتایج حاصل از حل عددی برای نرخ جرم $\dot{m} = 2.25 \frac{g}{s}$ ، گاز آرگون و جریان الکتریکی 4KA می باشد. تغییرات سرعت، چگالی و دما در هنگام خروج از تراستر و بررسی تاثیر میدان مغناطیسی بر روی جریان خروجی از تراستر MPD بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی: تراستر مگنتوپلاسمادینامیکی (MPD) - گاز آرگون - روش عددی TVD - روش عددی MHD - SOR

مقدمه

تراسترهای مگنتوپلاسمادینامیکی (MPD) یک نوع از تراسترهای الکترومغناطیسی هستند که برای موتورهای فضاپیماها برای اهداف بین سیاره ای و حمل و نقل های فضایی بکار می روند. زیرا این نوع تراسترها می توانند نیروی پیشرانش بالاتری را نسبت به سایر تراسترهای الکتریکی تولید کنند [۱]. این نوع تراسترها دارای سرعت ذرات خروجی بالا ($10^4 \frac{m}{s}$)، دارای چگالی تراست (تراست بر واحد سطح خروجی) خیلی کمتری نسبت به سایر سیستم ها هستند. اما طول عمر و مدت زمان پرواز آنها بسیار زیاد است و دارای قابلیت اطمینان بالایی هستند. این نوع سیستم ها با قدرت الکتریکی حمل شده پایین همراه با جرم ویژه پایینی را نیاز دارند [۲].

تاریخچه از کارهای انجام گرفته

محققین محاسباتی برای به دست آوردن فیزیک مسئله برای تراسترهای مگنتوپلاسمادینامیکی خودالقائی، تلاش بسیاری انجام داده اند. از جمله لاپینت [۳]، اسلیزینا و دیگران [۴] با استفاده از مدل دو بعدی، وابسته به زمان، مدلی

¹ - دانشیار

² - دانشجو

³ - استادیار

محاسباتی را برای گاز آرگون به دست آوردند که لاپینت [۳] برای حل معادلات MPD^۱ یونیزه شده با استفاده از معادله حالت گاز ایده آل روش اختلاف محدود را برای محاسبه خصوصیات سرعت، فشار، دمای یون و الکترون و حل میدان جریان استفاده کرد. و تحقیقات خود را بر روی اندازه های مختلفی از تراسترهای MPD انجام داد.

اسلیزینا و دیگران [۴] از روش حجم محدود برای حل معادلات ناویر استوکس استفاده کرد و معادله القای الکترومغناطیسی را با استفاده از روش گوس سایدل حل کرد و سپس نتایج خود را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمود و متوجه شدند که ماکزیمم میدان مغناطیسی در اطراف کاتد مشاهده می شود و اثر هال مغناطیسی در نوک آند و در ریشه کاتد مشاهده می شود.

ساساکی و کاواجوچی [۵] معادلات اوپلر را به صورت TVD^۲ برای یک سیال تک حل کرده اند و معادلات الکترومغناطیسی را به صورت جداگانه به روش SOR حل کرده و معادلات را با هم کوپل کرده اند و نشان داده اند که نیروی الکترومغناطیسی وابسته به شکل تراستر نیست و افزایش سرعت به علت وجود میدان مغناطیسی القایی در بالای سطح کاتد است و سرعت در پایین دست جریان پلاسما به علت بقای جرم کاهش می یابد و نتایج این تحقیق نیز با کار آنها مورد بررسی قرار گرفته است.

چنتی و مارتینز [۶] به حل دو بعدی معادلات اوپلر برای تحلیل جریان در تراسترهای مگنتوپلاسمادینامیکی به صورت تک سیال پرداخته اند و در آن اثر هال را مورد بررسی قرار داده اند و معادلات را به صورت حجم محدود و به روش نیوتن-رافسون حل کرده اند و پی برده اند که سرعت شتاب زیادی در سطح کاتد به علت وجود نیروی لورنتس می گیرد و افت چگالی در ابتدای صفحه ای عایق ورودی بطور ناگهانی صورت می گیرد.

بری و سابراتا روی [۷]، به حل دو بعدی معادلات ناویر استوکس برای تراسترهای مگنتوپلاسمادینامیکی به صورت تک سیال پرداخته اند و در آن اثر هال را مورد بررسی قرار داده اند و معادلات را به روش المان محدود حل کرده اند و نتیجه گرفته اند که نیروهای الکترو مغناطیسی بر روی ناحیه بالا دست جریان، نسبت به پایین دست جریان تاثیر بسیار بیشتری می گذارد و افزایش چگالی باعث افزایش نیروی تراست محوری و شعاعی می شود و افزایش چگالی باعث افزایش دما می گردد. به همین علت اهمیت اتلاف توان الکتریکی در الکترودها، کسر بزرگی از توان کل تراستر را شامل می شود و بنابراین بازدهی به دست آمده از تراستر از طریق تست های آزمایشگاهی کمتر خواهد بود. در نرخ جرم ثابت، افزایش جریان باعث افزایش سرعت خروجی می شود و نتایج حاصل از تحقیق انجام شده با نتایج این تحقیق از نظر کمی و کیفی مورد بررسی قرار گرفته است. هدف از انجام تحقیق حاضر، بررسی و تحلیل تاثیر نیروی الکترومغناطیسی بر سیال می باشد که در این تحقیق معادلات ناویر استوکس به روش TVD و معادله القاء مغناطیسی به روش SOR حل شده است.

اصول عملکرد تراسترهای مگنتوپلاسمادینامیکی

تراسترهای مگنتوپلاسمادینامیکی دارای یک هندسه لایه لایه ای (تودرتو) هستند که از یک کاتد مرکزی و یک آند به صورت استوانه ای شکل در اطراف کاتد تشکیل شده است. صفحه پشتی آن از جنس برم نیتريد می باشد [۲]. پیشرانه های گازی به صورت جریان بالادست از کانال وارد می شوند و گاز با عبور از یک قوس الکتریکی ثابت (به صورت شعاعی در راستای محور Γ) که در فاصله بین الکترودها قرار گرفته است، یونیزه می شود. اگر جریان قوس الکتریکی به اندازه کافی شدید باشد، تولید میدان مغناطیسی سمتی (در راستای θ) می کند و برای تولید نیروی محوری و شعاعی بر جریان پیشران مناسب می باشد. این نیرو از رابطه $F = J \times B$ به دست می آید که به آن نیروی لورنتس گفته می شود و به جریان پایین دست به طور مستقیم شتاب می دهد. شتاب جریان به سمت جلو و در راستای محوری، خط مرکزی می باشد. پلاسما گرم به مقدار

¹ - Magneto Plasma Dynamic

² - Total Variation Dimensioning

زیادی بعد از نوک کاتد وجود دارد و انبساط این پلاسما در راستای محوری، سرعت خروجی بالایی را تولید می کند [۹]. شکل ۱ نشان دهنده عملکرد تراستر MPD می باشد.

تراست کلی شامل تراست الکترومغناطیسی و تراست آیروپینامیکی می باشد. تراست الکترومغناطیسی از رابطه زیر به دست می آید.

$$\tau = \frac{\mu J^2}{4\pi} \left(\ln \left(\frac{r_a}{r_c} \right) + A \right) \quad (1)$$

افزایش جریان الکتریکی باعث افزایش سرعت جریان خروجی می شود و در نتیجه مقدار تراست کلی افزایش می یابد. نکته مهمی که قابل توجه است این است که اگر مقدار جریان الکتریکی به مقدار بسیار زیادی برسد. در این صورت میزان سرعت خروجی و تراست به مقدار غیر معقولی می رسد که قابل دستیابی نیست به همین دلیل هگل برای گاز آرگون به رابطه تجربی زیر را برای محدوده بحرانی جریان الکتریکی رسید [۶].

$$\frac{I^2}{m} \approx 2.5 \times 10^{10} (A^2 kg^{-1} s) \quad (2)$$

ماکزیمم جریان الکتریکی مورد بررسی مقدار ۷ kA می باشد.

معادلات حاکم بر سیال

برای فهم بهتر، اثرات پارامترها در مسائل MHD، معادلات بدون بعد استفاده شده است. شکل بدون بعد معادلات ناویر استوکس در مختصات کارتزین به شکل بقایی صورت زیر است.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} + H(U) = S \quad (3)$$

که برداری از متغیرهای بقائی به صورت زیر می باشد.

$$U = [\rho \quad \rho u \quad \rho v \quad e \quad B]^T \quad (4)$$

که u و v متغیرهای کارتزین سرعت و ρ دانسیته و e انرژی کل به ازای واحد حجم است که بصورت زیر با فشار در ارتباط می باشد.

$$P = (\gamma - 1) \left[e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \right] \quad (5)$$

که γ نسبت گرمای ویژه است.

فلاکس های F و G و H را می توان به دو بخش تقسیم کرد. اندیس I بیانگر جمله های غیرلزج و اندیس V بیانگر جمله های لزج و جابجایی است و S جمله منبع می باشد.

$$\begin{aligned} F &= F^I + F^V \\ G &= G^I + G^V \end{aligned} \quad (6)$$

$$H = H^I + H^V$$

که می توان آنها را به صورت زیر نشان داد.

$$F^I = \begin{bmatrix} \rho u \\ P + \rho u^2 \\ \rho uv \\ eu + pu \end{bmatrix}, F^V = \begin{bmatrix} 0 \\ -\tau_{xx} \\ -\tau_{xy} \\ -(u\tau_{xx} + v\tau_{xy}) + q_x \end{bmatrix}$$

$$G^I = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ P + \rho v^2 \\ ev + pv \end{bmatrix}, G^V = \begin{bmatrix} 0 \\ -\tau_{xy} \\ -\tau_{yy} \\ -(u\tau_{xy} + v\tau_{yy}) + q_y \end{bmatrix}$$

$$H^I = \frac{1}{y(i, j)} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ ev + pv \end{bmatrix} \quad (v)$$

$$H^V = \frac{1}{y(i, j)} \begin{bmatrix} 0 \\ -\tau_{xy} + \frac{2y(i, j)}{3 \text{Re}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{v}{y(i, j)} \right) \\ -\tau_{yy} + \tau_{\theta\theta} + \frac{2\mu}{3 \text{Re}} \left(\frac{v}{y(i, j)} \right) + \frac{2y(i, j)}{3 \text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{v}{y(i, j)} \right) \\ -u\tau_{xy} - v\tau_{yy} + \frac{2\mu}{3 \text{Re}} \left(\frac{v^2}{y(i, j)} \right) + \frac{2y(i, j)}{3 \text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{v^2}{y(i, j)} \right) - \frac{2y(i, j)}{3 \text{Re}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{vu}{y(i, j)} \right) + q_y \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{B_\infty^2}{\rho_\infty U_\infty^2 \mu_\bullet} \frac{\partial B}{\partial x} B \\ \frac{B_\infty^2}{\rho_\infty U_\infty^2 \mu_\bullet} \left(\frac{B^2}{y(i, j)} + \frac{\partial B}{\partial y} B \right) \\ \frac{B_\infty}{\rho_\infty U_\infty^3 \mu_\bullet} \left(E_y \frac{\partial B}{\partial x} - E_x \left(\frac{B}{y(i, j)} + \frac{\partial B}{\partial y} \right) \right) \end{bmatrix}$$

که U_∞ سرعت اولیه، B میدان مغناطیسی، $y(i, j)$ فاصله شعاعی از محور تقارن، B_∞ میدان مغناطیسی اولیه، Re عدد رینولدز، Pr عدد پرانتل می باشد. که بالانویس * نشانگر کمیت های بعد دار و زیر نویس ∞ بیانگر کمیت های جریان آزاد می باشد. μ_\bullet ضریب نفوذپذیری الکتریکی خلا می باشد. مولفه های تانسور تنش برشی و بردار شار حرارتی را می توان بصورت زیر نوشت.

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= \frac{\mu}{\text{Re}} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \tau_{yy} &= \frac{\mu}{\text{Re}} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \right)\end{aligned}\quad (8)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\mu}{\text{Re}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$q_x = - \frac{\gamma U_\infty^2 \mu}{\text{Pr Re}(\gamma - 1)} \frac{\partial \left(\frac{P}{\rho} \right)}{\partial x}\quad (9)$$

$$q_y = - \frac{\gamma \mu}{\text{Pr Re}(\gamma - 1)} \frac{\partial \left(\frac{P}{\rho} \right)}{\partial y}$$

میدان های الکتریکی در راستای محور x و y (E_x, E_y) به صورت زیر می باشد. B_∞ میدان مغناطیسی اولیه، L طول مرجع را نشان می دهد. در این تحقیق این طول برابر طول الکتروود ها در نظر گرفته شده است.

$$E_x = \frac{B_\infty}{\sigma_\infty \mu_\infty L} \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial B}{\partial y} + \frac{B}{y(i, j)} \right) - U_\infty B_\infty (vB)\quad (10)$$

$$E_y = - \frac{B_\infty}{\sigma_\infty \mu_\infty L} \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) - U_\infty B_\infty (uB)$$

معادله القاء مغناطیسی برای بی بعد سازی در روش دوم به صورت زیر نوشته می شود.

$$\frac{\partial B^*}{\partial t^*} - \frac{1}{\sigma \mu_\infty} \left(\frac{\partial^2 B^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 B^*}{\partial y^{*2}} \right) + \frac{\partial(u^* B^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(v^* B^*)}{\partial y^*} = 0\quad (11)$$

که در صورت بی بعد شدن به صورت زیر تبدیل می شود.

$$\frac{\partial B}{\partial t} - \frac{1}{\sigma \cdot \mu \cdot U_\infty L} \left(\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial(uB)}{\partial x} + \frac{\partial(vB)}{\partial y} = 0\quad (12)$$

روش محاسباتی برای حل عددی و شبیه سازی تراستر مگنتوپلازما دینامیکی در شکل ۲ نشان داده شده است. چند نکته در این روش حائز اهمیت است.

۱- در این روش هدایت الکتریکی (σ) به صورت مقدار ثابت در نظر گرفته شده است. ضریب هدایت الکتریکی پلازما بین ۱۰۰۰-۱۰۰۰۰ در نظر گرفته می شود. در این تحقیق، مقدار ضریب هدایت الکتریکی به صورت زیر می باشد.

$$\sigma_\infty = 10000(\text{ohm}^{-1} \cdot \text{m}^{-1})$$

۲- در این روش اثر هال در نظر گرفته نشده است.

۳- در این روش، تغییرات میدان مغناطیسی بر حسب زمان در نظر گرفته نشده است. بنابراین ترم $\frac{\partial B}{\partial t} = 0$ در

معادله القاء مغناطیسی در نظر گرفته شده است.

۴- گاز پلازما به صورت یونیزه کامل در نظر گرفته می شود.

۵- از افت ولتاژ، انتقال غیر عادی و واکنش شیمیایی و فرسایش الکتروود ها صرف نظر شده است.

۶- معادله پلازما، معادله حالت گاز ایده ال می باشد.

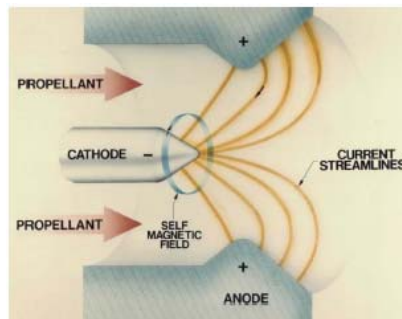
شرایط هندسی و شرایط مرزی

در شکل ۳ شرایط مرزی احتراق تراستر MPD را نشان می دهد که الکترودها آدیاباتیک در نظر گرفته شده اند و دمای اولیه گاز پلاسما ۵۰۰۰ درجه کلوین در نظر گرفته شده است و عدد پرناتل برای گاز آرگون ۰.۶۶۷ می باشد. شکل ۴ شرایط مرزی سرعت در تراسترهای MPD را نشان می دهد. شکل ۵ شرایط مرزی الکترومغناطیسی تراستر را نشان می دهد. در نقاط دور از الکترودها میدان مغناطیسی صفر در نظر گرفته شده است و در محور تقارن نیز میدان مغناطیسی صفر در نظر گرفته شده است. اندازه شبکه ۱۵۴×۱۰۱ می باشد و شبکه، الکترودها را نیز شامل می شود. شکل ۶ شکل هندسی شبکه را نشان می دهد. روش عددی حل معادلات بروش TVD در اکبری [۱۱]، صداقت [۱۲،۱۳] ارائه شده است.

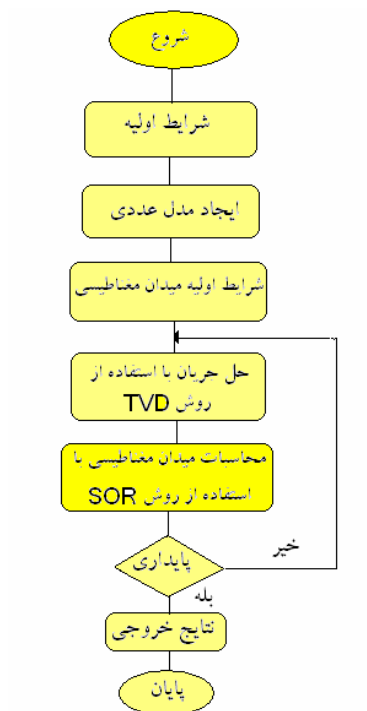
نتیجه گیری

در کار حاضر سعی بر آن شده است که تاثیر نیروی لورنتس ناشی از میدان مغناطیسی بر روی جریان سیال مورد بررسی قرار گیرد. این نیرو باعث افزایش سرعت سیال پلاسما می شود و بر روی جریان بالادست نسبت به جریان پایین دست تاثیر بیشتری می گذارد.

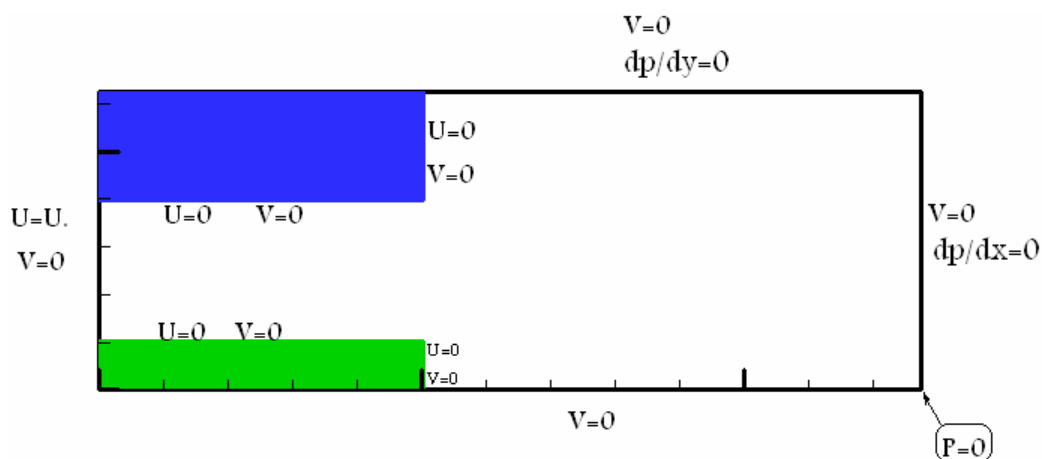
مدلسازی جریان پلاسما به صورت تراکم پذیر و مستقل از زمان با شرایط اولیه، عدد ماخ ورودی ۱ و عدد رینولدز ۲۷۰ بر سطح دو استوانه هم محور انجام شده است و با مراجع [۵،۶،۷،۱۰] از نظر کمی و کیفی مورد بررسی قرار گرفته است. مهمترین نتایج به دست آمده حاکی از این است که چگالی جریان سیال دچار افزایش ناگهانی در ابتدای ورود می شود و بر روی سطح کاتد نیز افزایش می یابد که در شکل ۷ نشان داده شده است و دما نیز بر روی سطح کاتد افزایش می یابد که در شکل ۸ نشان داده شده است. بردار سرعت در شکل ۹ نشان داده شده است. افزایش جریان الکتریکی باعث افزایش سرعت سیال خروجی می شود و کانتور سرعت و جریان الکتریکی در $I_{\infty} = 4kA$ شکل های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است. شکل ۱۲ مربوط به مرجع [۷] می باشد که نشان می دهد که ماکزیمم تراست تقریباً در شعاع ۳ سانتیمتری رخ می دهد که برای نرخ جرم $\frac{g}{s}$ ۲/۲۵ می باشد. همانطور که می دانیم افزایش سرعت باعث افزایش تراست حاصل از میدان مغناطیسی می شود. شکل های ۱۳، ۱۴، ۱۵ به ترتیب نشان دهنده تغییرات سرعت، چگالی و دما در انتهای الکترودها در فاصله بین الکترودها می باشد. ماکزیمم سرعت در شعاع ۳ سانتیمتری رخ می دهد که منطبق بر ماکزیمم دما و کاهش چگالی می باشد.



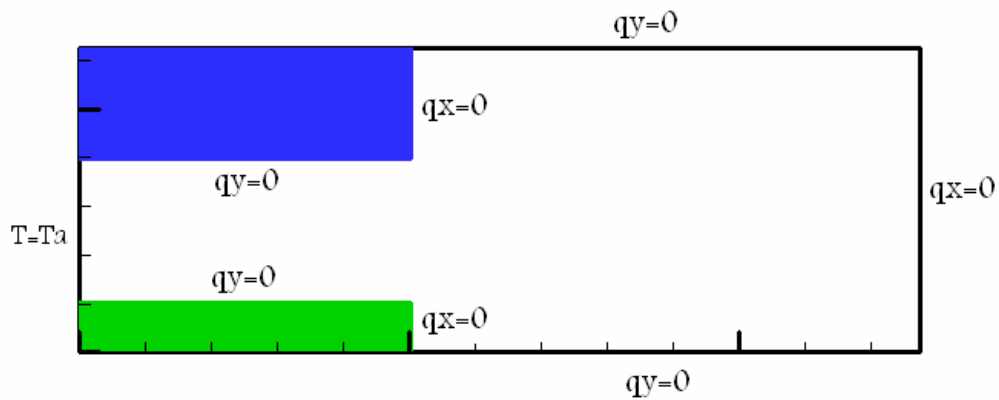
شکل ۱- مشاهده عملکرد تراستر مغنتو پلاسما دینامیکی



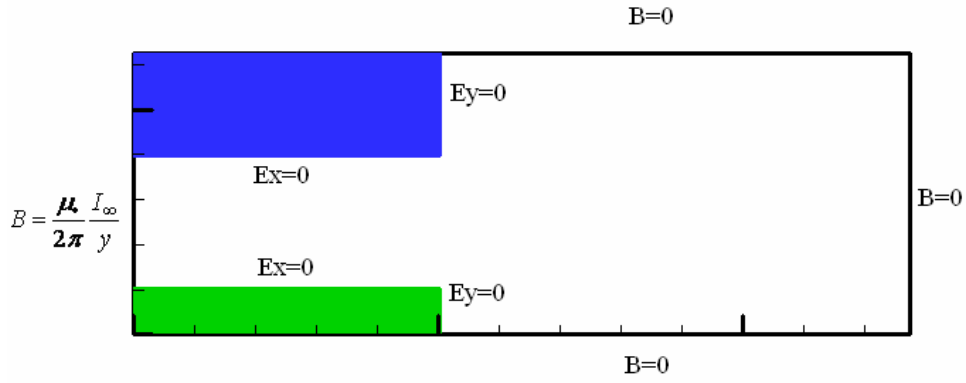
شکل ۲- الگوریتم محاسباتی از حل عددی شبیه سازی تراستر مگنتوپلازما دینامیکی



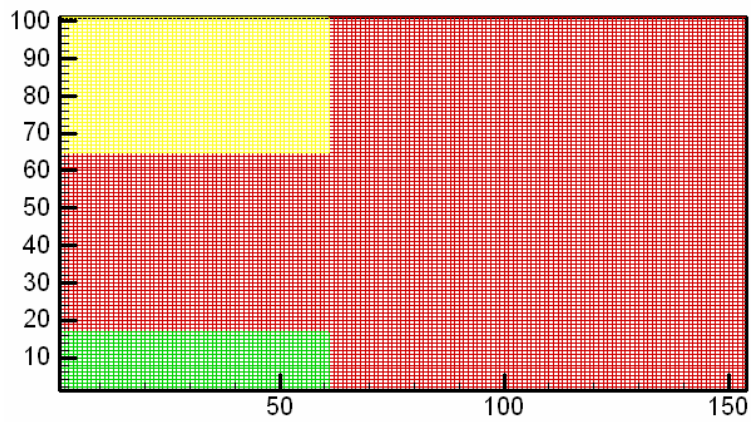
شکل ۳- شرایط مرزی احتراق در تراستر MPD



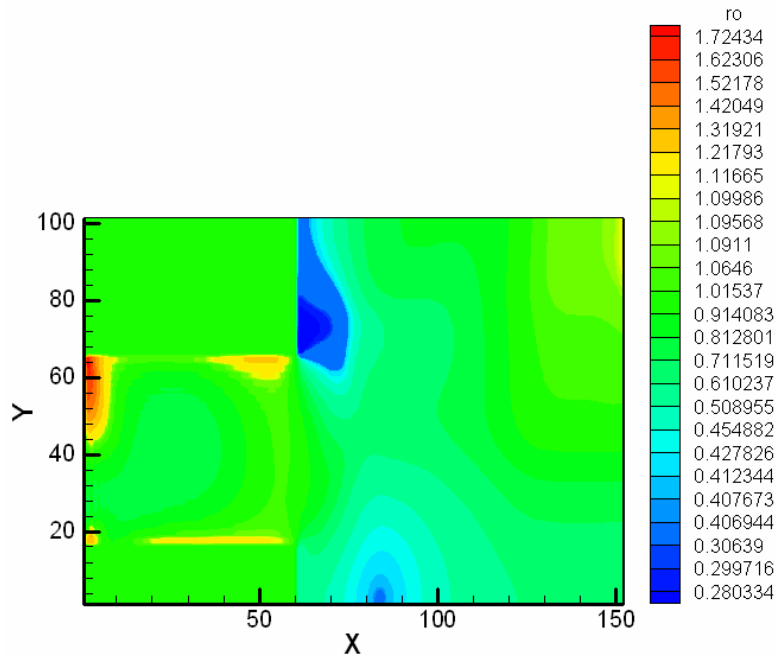
شکل ۴- شرایط مرزی سرعت در تراستر MPD



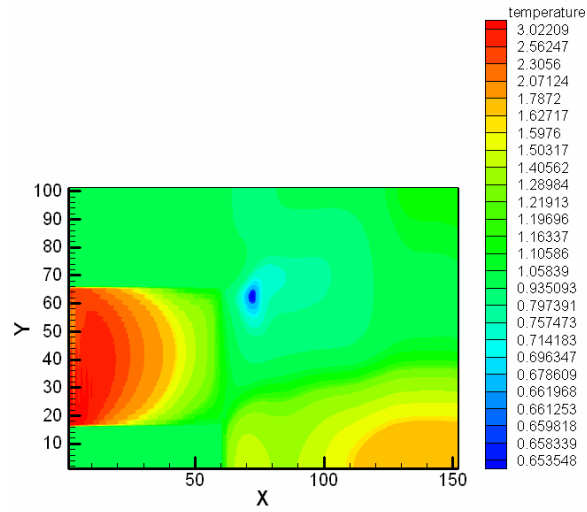
شکل ۵: شرایط مرزی میدان مغناطیسی در تراستر MPD



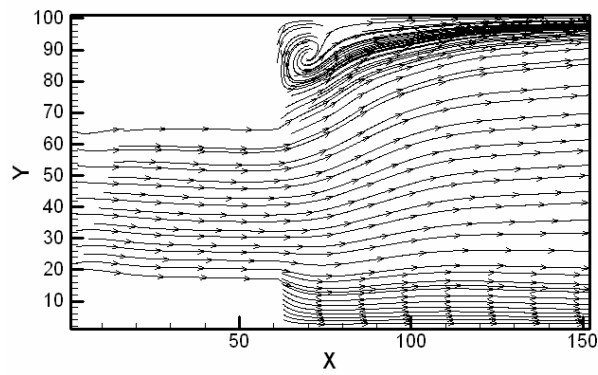
شکل ۶- شبکه سازمان یافته ایجاد شده در اندازه 154×101



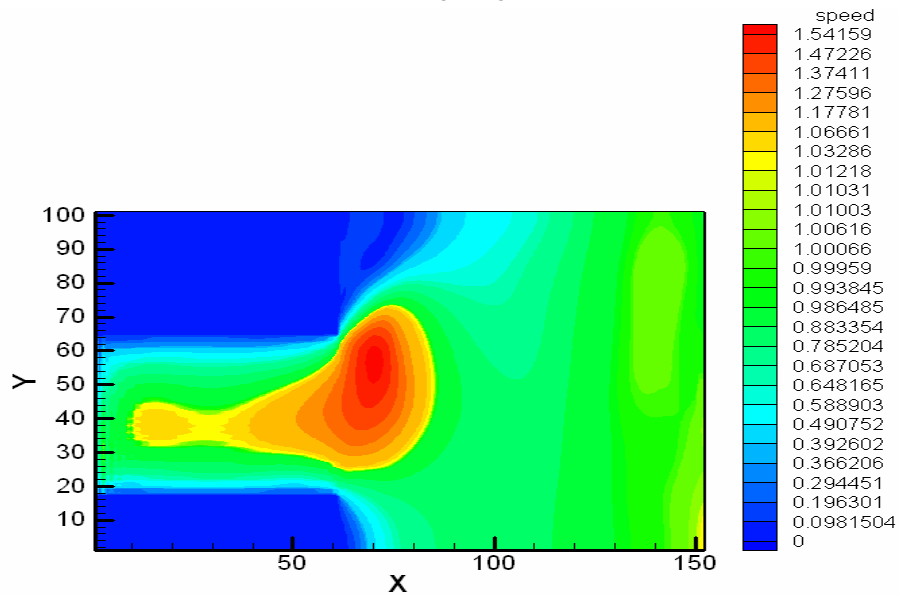
شکل ۷- کانتور چگالی در $I_{\infty} = 4kA$



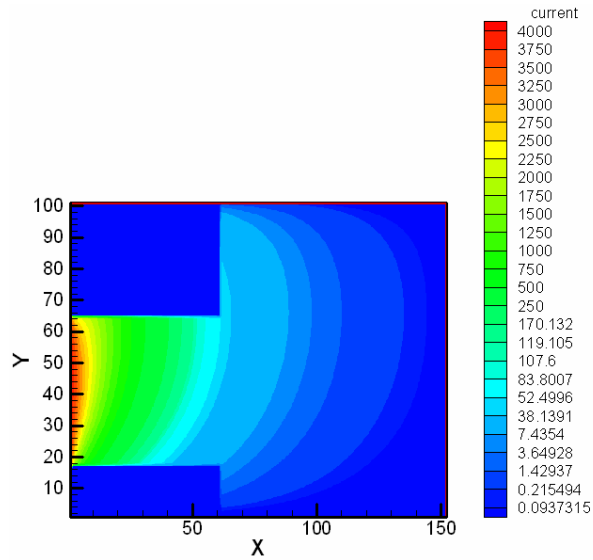
شکل ۸- کانتور دما در $I_\infty = 4kA$.



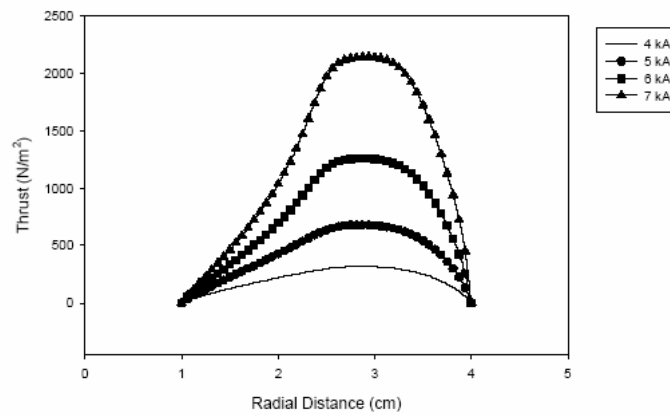
شکل ۹- بردار سرعت در $I_\infty = 4kA$.



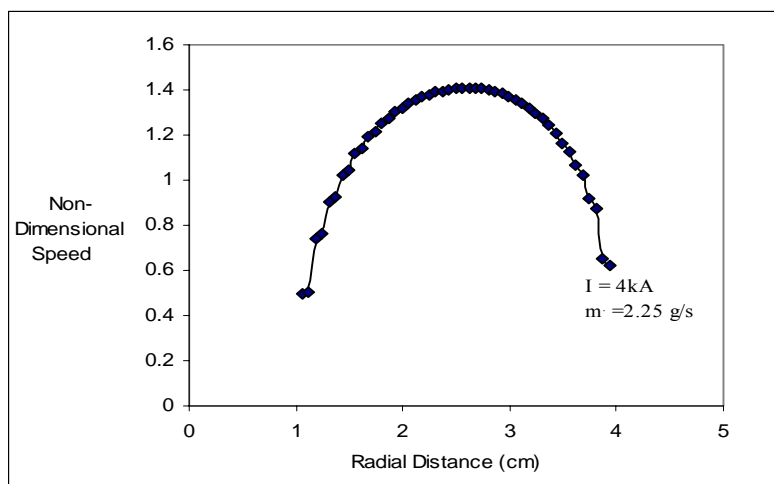
شکل ۱۰- کانتور سرعت در $I_\infty = 4kA$.



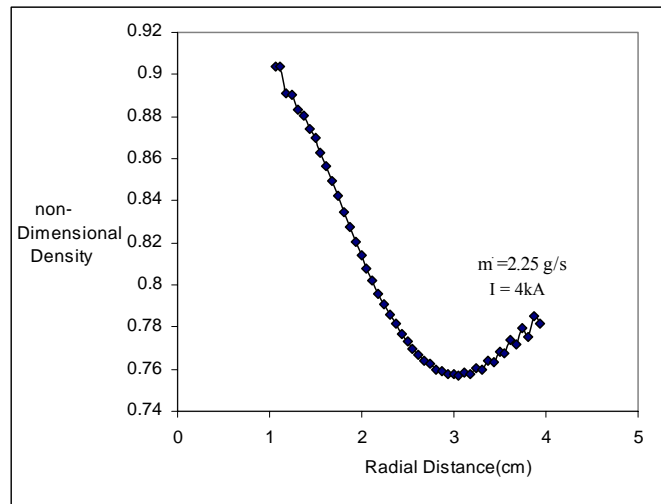
شکل ۱۱- کاتود جریان الکتریکی در کل شبکه



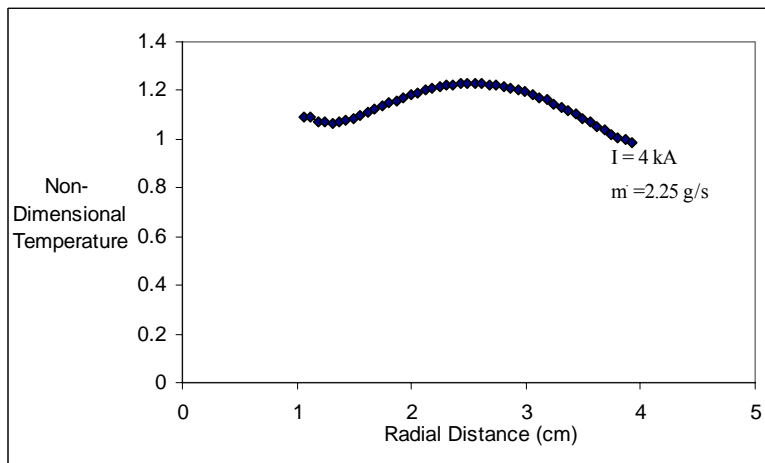
شکل ۱۲- رابطه بین تراست خروجی و جریان الکتریکی و فاصله شعاعی [V]



شکل ۱۳- تغییرات سرعت در فاصله بین الکترودها در خروج از تراستر



شکل ۱۴- تغییرات چگالی در فاصله بین الکترودها در خروج از تراستر



شکل ۱۵- تغییرات دما در فاصله بین الکترودها در خروج از تراستر

مراجع

- 1- Michael R.,LaPointe.M,"High Power MPD Thruster Development," at the NASA GLENN RESEARCH CENTER, NASA/CR_ 2001-211114
- 2- R. G. Jahn and E. Y. Choueiri., "Electric propulsion," In Encyclopedia of Physical Science and Technology, 3rd Edition, volume 5, 2001, pages 125--141. The Academic Press, San Diego.
- 3- Lapoite.M," Numerical simulation of self-fild mpdhrusters," AIAA Paper, No.91-2341, 1991.
- 4- Sleziona P.C. , M.Auweter-Kurtz and Schrade. H.O., "Computation of MPD flows and comparison with experimental results," Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 34, 1992, pp.759-771.
- 5- Kawaguchi.H, Sasaki.K,Itoh.H,"Numerical study of the thrust mechanism in a two-dimensional MPD thruster," Int. J. Applied electromagnetics and Mechanics, Vol.6, 1995, pp. 351-365.
- 6- Martinez-Sanchez . M andChanty. J.M.G," Two-Dimensional Numerical Simulation Of MPD Flows," AIAA Paper. No.87-1090, 1987.

- 7- Berry K.J. and Subrata Roy,"Finite element based algorithm for self-induced magnetic field applications," AIAA.Paper, No.2001-0200, 2001.
- 8- Michael R.Lapointe,"High Power MPD Thruster Performance Measurements ," NASA TM -2004-213226, AIAA-2004 -3467.
- 9- H.C.Yee,"Implicit Implicit Total Variation Diminishing (TVD) schemes for steady-state clculations," J. Comp.Phys. 57, 1985, pp.327-360.
- 10- Kameshwaran Sankaran,"Simulation of MPD Flows Using a Flux-Limited Numerical Method for the MHD Equations," Dissertation of Princeton University. 2001.
- 11- S.A.Akbari, A.Sedaghat and A.R.Azimian," Computational flow Separation Control Using Electromagnetic Fields," 14th Annual (International) Mechanical Engineering Conference, Isfahan. Iran. May 2006.
- 12- A.Sedaghat," A Finite Volume TVD Approach to Transonic Flow Computation," PHD Thesis, the university of Manchester, 1997.
- 13- A.Sedaghat, A.R.Azimian and S.A.Akbari," Computational Stall Prevention Using Electromagnetic Fields," European Conference on Computational Fluid Dynamics, TUD Delft, the Netherland, 2006.