

بررسی پایداری جریان در کانال‌های انحنادار

علی توسلی

دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک

دانشگاه صنعتی اصفهان

احمد صداقت

استادیار-دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی اصفهان

چکیده:

در این مقاله پایداری جریان در یک کانال زانویی با زاویه ۱۸۰ درجه به صورت عددی بررسی شده است. برای شبیه سازی از کد فلونت استفاده شده است. دو مقطع مربع و مستطیل با نسبت منظری ۸ (b/a=۸) و با نسبت انحنا (Rc/Dh) از ۲,۵ تا ۲۰ مورد بررسی قرار گرفته اند. جریان در ورودی به صورت توسعه یافته و آرام در نظر گرفته شده است. در هر حالت عدد

Dean بحرانی ($Dn = Re \sqrt{\frac{D_h}{R_c}}$) که پس از آن

جریان ناپایدار می شود به کمک رسم نمودار تغییرات سرعت محوری بدست آمده است، و تاثیر انحنا و سطح مقطع در Dn بحرانی مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین پروفیل سرعت مقطع خروجی و جریانهای ثانویه در خروجی بررسی شده اند. در مقطع مربع نسبت انحنا تاثیر در شروع ناپایداری دین ندارد ولی در مقطع مستطیل با افزایش نسبت انحنا، عدد Dn بحرانی کمتر می شود و جریان زودتر به ناپایداری می رسد.

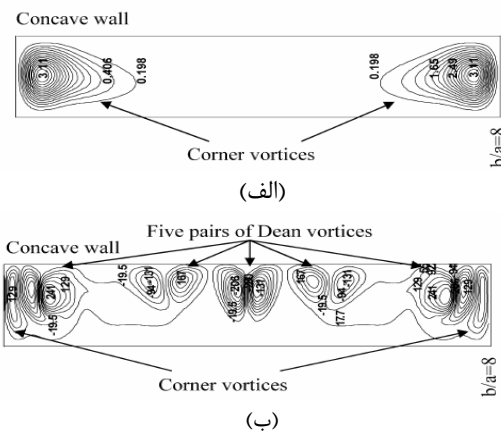
کلمات کلیدی: ناپایداری گریز از مرکز، ناپایداری هیدرودینامیکی، کانال انحنادار، مسئله Dean

مقدمه:

از آنجا که کانال‌های انحنادار باعث کاهش حجم مبدل‌ها و افزایش انتقال حرارت و جرم می‌شوند به طور گسترده‌ای در توربوماشین‌ها و مبدل‌های حرارتی استفاده می‌شوند. انحنا در کانال انحنادار یک نیروی گریز از مرکز به سمت خارج تولید می‌کند. عدم تعادل بین این نیرو و گرادیان فشار در جریان یک جریان ثانویه تولید می‌کند که به صورت یک جفت از ورتکسهای متقارنی که در خلاف جهت هم می‌چرخند در مقطع کانال ظاهر می‌شوند. به این ورتکس‌ها ورتکسهای گوشه یا ورتکسهای اکمان (Ekman) گفته می‌شود. ورتکسهای گوشه در حالت طبیعی وجود دارند و باعث ناپایداری جریان نمی‌شوند. با افزایش عدد Dn و عبور از Dn بحرانی جفت دیگری از ورتکسهای غیر همسانگرد در دیوار بیرونی

مقطع (دیوار مقعر) ظاهر می‌شوند که به آنها ورتکسهای دین گفته می‌شود. این ورتکسها باعث ناپایداری جریان می‌شوند، به این نوع ناپایداری ناپایداری دین گفته می‌شود که یکی از انواع ناپایداری گریز از مرکز است. (شکل ۱)

در ناحیه مرکز کانال انحنادار، گرادیان فشار شعاعی به سمت داخل است اما نیروی گریز از مرکز به سمت خارج بوده و از مقدار ماکزیمم تا صفر در نزدیک دیوار مقعر کاهش می‌یابد زیرا در نزدیک دیوار مقعر سرعت محوری به دلیل اثرات ویسکوز به سمت صفر میل می‌کند بنابراین در نزدیک دیوار مقعر یک ناحیه ناپایدار گریز از مرکزی بوجود می‌آید. اگر سرعت محوری به اندازه کافی بزرگ باشد اثرات ویسکوز نمی‌توانند ساختار دو ورتکسی را نگه دارند و ورتکسهای اضافی (ورتكسهای دین) ظاهر شده و رشد می‌کنند و جریان در آن منطقه ناپایدار می‌شود. جریان در نزدیک دیوار داخلی (محدب) پایدار است.



شکل ۱- نمایش ورتکسهای گوشه و ورتکسهای دین برای مقطع مستطیل با نسبت منظری ۸ [۱] - الف) عدد دین پایین ب) افزایش عدد دین

اولین حل جریان در لوله‌های انحنادار توسط Dean در سال ۱۹۲۷ ارائه شد و وجود جریانهای ثانویه را نشان داد. تحلیل پایداری نیز توسط دین در ۱۹۲۸ ارائه شد. این تحلیل برای دو سیلندر هم‌مرکز با گرادیان فشار ارائه شد. از تقریب فاصله نازک استفاده کرد [۲]. Reid (۱۹۵۸) و Hamerlin (۱۹۵۸) از روش دیگری مسئله

دین را حل کردند. حل دقیق تر تحلیل دین توسط Gibson و Cook (۱۹۷۴) ارائه شد و مقدار عدد دین بحرانی $De_{cr} = 35.92$ را بدست آوردند. فرض تقریب فاصله نازک بعدها برداشته شد [۲]. Berger در سال ۱۹۸۳ [۳] پژوهشهای انجام شده روی کانالهای انحنادار را تا آن زمان مرور کرده است. جریانهای ثانویه قبل از تحلیل دین بطور تجربی قبلا توسط Eustice (۱۹۱۱) مشاهده شده بود. او با تزریق جوهر به داخل آب داخل لوله مارپیچ این کار را انجام داده بود. جریانهای ثانویه بعدا توسط white (۱۹۲۹) تایید شد.

بعد ها نشان داده شد که روش اغتشاش برای اعداد دین کوچک مفید است. این روش توسط Ito (۱۹۵۱) و Cuming (۱۹۵۱) به عنوان اولین گام در مطالعات عددی کانالهای انحنادار بکار گرفته شد. اولین تحقیق کانال انحنادار با مقطع مستطیل بوسیله Ito (۱۹۵۱) انجام شد. برای اعداد دین بالا محققین زیادی روش تحلیلی را برای حالت جریان توسعه یافته لمینار استفاده کردند. از جمله می توان به کارهای Ito (۱۹۷۰) برای لوله های دایره ای و Mori (۱۹۷۱) برای لوله های مربعی اشاره کرد. آنها فرض کردند که جریان ثانویه و گردابان سرعت میانگین ناشی از اثرات ویسکوز در لایه نازکی در طول لایه مرزی ثابت متمرکز شده اند و جریان در خارج این لایه مرزی غیر لزج است.

بعدها با توسعه روشهای عددی برای اعداد دین متوسط و بالا با غلبه بر فرضیات محدودکننده فوق حلهای عددی ارائه شد. برای اعداد دین متوسط و بالا در جریان توسعه یافته آرام در کانالهای مربعی و مستطیلی Cheng و همکاران (۱۹۷۱)، Chia و Sohkey (۱۹۷۱)، Hwang و Chao (۱۹۹۱)، Joseph و همکاران (۱۹۷۵)، حل عددی دست آوردند که برای یک عدد دین معین ورتکس را در نزدیک دیوار مقعر پیشگویی می کرد. Baylis (۱۹۷۱)، Mori و همکاران (۱۹۷۱)، Humphery و همکاران (۱۹۷۷) مطالعه تجربی جریان را در کانالهای مربعی انحنادار انجام دادند و ساختار جریان ثانویه را شرح دادند. این مطالعات از عدد دین به عنوان تنها پارامتری که جریان ثانویه و ظهور جفت ورتکس دین را مشخص کند استفاده کردند.

Cheng و همکاران (۱۹۷۷) مطالعه تجربی جریان آرام توسعه یافته را در کانال مستطیلی انحنادار برای نسبت منظری ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۸ و ۱۰ و ۱۲ با نسبت انحنای $a/Rc = 0, 0.25$ و برای نسبت منظر ۱۲ با $a/Rc = 0, 2$

انجام دادند. آنها نشان دادند که ورتکسهای بیشتری علاوه بر ورتکسهای جریان ثانویه اصلی بوجود می آیند و عدد دین بحرانی به نسبت انحنای و نسبت منظری بستگی دارد. تعداد جفت ورتکسهای دین به نسبت منظری و عدد دین بستگی دارد.

Sugiyama و همکاران (۱۹۸۳) [۴] بررسی های تجربی جریان آرام توسعه یافته در کانالهای مستطیلی انحنادار را انجام دادند. کانالها دارای محدوده نسبت منظری ۰.۵ تا ۲.۵ و محدوده نسبت انحنای از ۵ تا ۸ و عرض ۲۰mm بودند. آنها توسعه جریانهای ثانویه را با عدد دین نشان دادند.

Ligrani و Niver (۱۹۸۸) بررسی تجربی جریان را برای کانالهای مستطیلی با عدد دین از ۰.۹ تا ۶۰۲ و نسبت منظری ۴۰ و نسبت شعاع داخلی به خارجی ۰.۹۷۹ ارائه کردند. آنها چندین جفت از ورتکسهای دین غیر همسانگرد برای عدد دین بالای ۱۷۵ و موقعیت زاویه ای بزرگتر از ۲۵ درجه مشاهده کردند. در هندسه مشابه Ligrani و همکاران (۱۹۹۶) نشان دادند که برای $Dn = 334$ ناپایداری در موقعیت زاویه ای ۹۵ درجه شروع می شود.

Chandratilleke و Nursubkyto (۲۰۰۳) شبیه سازی عددی از مشخصه های جریان ثانویه برای نسبت منظری از ۱ تا ۸ و عدد دین از ۱ تا ۵۰۰ ارائه کردند.

در کل این پژوهشها رویت شهودی ورتکسهای دین مبنای شروع ناپایداری جریان بود. اخیرا Fellouah و همکاران (۲۰۰۶) [۱] ناپایداری دین را برای کانالهای مستطیلی و مربعی با زاویه ۱۸۰ به صورت عددی و تجربی بررسی کردند. و Dn بحرانی را برای حالات مختلف بدست آوردند. آنها همچنین معیار دقیقی بر پایه گردابان شعاعی سرعت محوری به جای رویت شهودی ورتکسها برای آستانه ناپایداری ارائه کردند.

Winter (۱۹۹۸) [۵] حل پایای جریان را برای کانال انحنادار با مقطع مستطیل و انحنای کوچک انجام داد و دیاگرام انشعاب (Bifurcation diagram) را بدست آورد و نواحی پایدار را شناسایی کرد. دیاگرام انشعاب شامل سه شاخه حل بود که هر کدام از این شاخه ها بیانگر یک ساختار جریان بود (ساختارهای دو سلولی یا با دو ورتکس، چهارسلولی و بیشتر، متقارن و غیر متقارن). سپس Wang و Yang (۲۰۰۵) [۶] به صورت تجربی و عددی و با حل پایا و غیر پایا نشان دادند که در نواحی غیر پایدار حل وینتر ساختار جریان نوسانی پرریودیک است. Mondal و همکاران (۲۰۰۷) [۷] مطالعه عددی جامعی

	۵,۵	۱۱	۲	۲
	۲,۵	۵	۲	۲
۸	۲۰	۷۱	۲	۸
	۱۷,۵	۶۳	۲	۸
	۱۵	۵۳	۲	۸
	۱۲,۵	۴۵	۲	۸
	۱۰	۳۶	۲	۸
	۷,۵	۲۷	۲	۸
	۵,۵	۲۰	۲	۸
	۲,۵	۹	۲	۸

جدول ۱- مشخصات کانالهای بررسی شده

معادلات حاکم:

معادلات حاکم، همان معادلات ناویراستوکس سه بعدی، حالت دائم، با سیال غیر قابل تراکم می باشند. این معادلات عبارتند از:

۱- معادله پیوستگی

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(u_i) = 0$$

۲- معادله مومنتوم در جهت i

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

که $i, j = 1, 2, 3$ برای جریان سه بعدی.

u_i مولفه i ام سرعت، ρ دانسیته، p فشار استاتیکی و τ_{ij} تانسور تنش برشی برای جریان غیر قابل تراکم است که بوسیله معادله زیر بیان می شود:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

که μ ویسکوزیته است.

شرایط مرزی عبارتند از:

$$u=0, v=0, w=0$$

برای

$$x = \pm b/2, y = Rc \pm a/2$$

روش عددی حل و شبکه بندی:

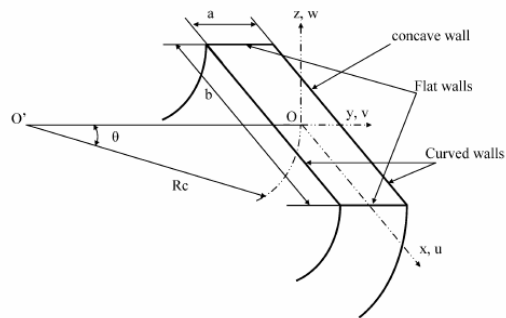
برای حل معادلات ناویر استوکس از حلال فلوننت استفاده شده است. شیوه حل مجزا (segregated) انتخاب شده است (در این شیوه معادلات حاکم به صورت جداگانه حل می شوند)، زیرا این شیوه حل با شبکه های بزرگ مانند کار فعلی سازگارتر است. برای محاسبه فشار در یک گره از روش body forced weight استفاده شده است که هنگامی که نیروهای اینرسی قابل چشم پوشی نباشند به

را روی کانال با مقطع مربع در محدوده وسیعی از نسبت انحنا و عدد Dn به صورت پایا و غیر پایا انجام دادند و نواحی پایدار، پرپودیک، مولتی پرپودیک، و آشفته را بدست آوردند. او به ازای محدوده ای از نسبت انحنا دو ناحیه پایدار جداگانه بدست آورد.

در عمل Dn بحرانی که در آن، ناحیه پایداری اولیه از بین می رود حائز اهمیت است، بنابراین در این مقاله حل پایای جریان در مقطع مربع و مستطیل با نسبت منظری ۸ (نسبت طول و عرض) و به ازای نسبت انحناهای از ۵,۵ تا ۲۰ توسط کد فلوننت انجام میشود و عدد Dn بحرانی بوسیله معیار گرادیان شعاعی سرعت محوری محاسبه می شود.

مسئله مورد بررسی:

شکل (۲) شماتیک مسئله مورد بررسی و سیستم مختصات در نظر گرفته شده را نشان می دهد. مقطع کانال مستطیل با عرض b و ارتفاع a می باشد و b/a نسبت منظری است. شعاع میانگین انحنا Rc و Dh قطر هیدرولیکی و Rc/Dh نسبت انحنا است. سیستم مختصات نشان داده شده به صورت محلی در هر مقطع مطابق شکل در نظر گرفته شده است و جهت Z ، جهت محوری است و جهات X و Y بر روی مقطع کانال می- باشند. موارد مورد بررسی عددی و ابعاد آنها در جدول (۱) آمده است.



شکل (۲)- شماتیک مسئله مورد بررسی و سیستم مختصات

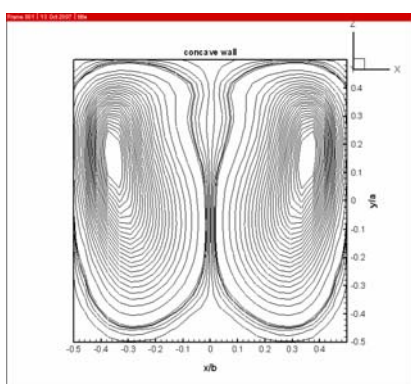
b/a	Rc/Dh	Rc(cm)	a(cm)	b(cm)
۱	۲۰	۴۰	۲	۲
	۱۷,۵	۳۵	۲	۲
	۱۵	۳۰	۲	۲
	۱۲,۵	۲۵	۲	۲
	۱۰	۲۰	۲	۲
	۷,۵	۱۴	۲	۲

استفاده کرد از خطوط کانتور Helicity استفاده شده است. Helicity به صورت زیر تعریف می شود:

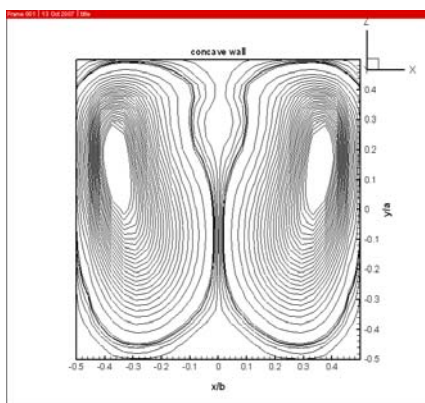
$$H = (\vec{V} \times \vec{V}) \cdot \vec{V}$$

که بیانگر مولفه ورتیسیت در راستای خط جریان است. ورتیسیت بیانگر چرخش المانهای سیال است.

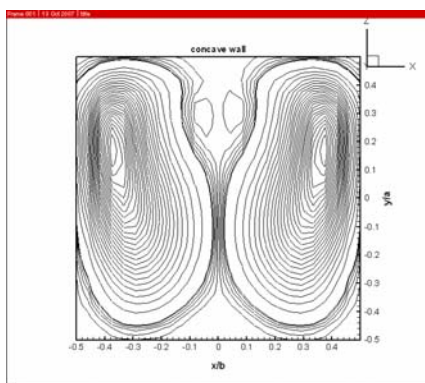
در شکل (۳) جریان ثانویه برای مقطع مربع و با نسبت انحنای ۲۰ در اعداد Dn مختلف نشان داده شده است. مشاهده میشود در Dn پایین فقط دو ورتکس گوشه وجود دارند (ساختار دو ورتکسی) و با افزایش Dn ورتکسهای گوشه به دیواره های کناری نزدیک تر می شوند و به مرور ورتکسهای دین در سطح مقعر ظاهر می شوند و یک ساختار چهار ورتکسی بوجود می آید.



Dn=۹۵



Dn=۱۰۰



Dn=۱۰۵

خوبی عمل می کند. فلونتت از معادله پیوستگی استفاده می کند تا فشار لازم برای حل مجدد معادله حرکت را بدست آورد، الگوریتم سیمپل (Simple) برای کوپلینگ سرعت و فشار به منظور بدست آوردن فشار در معادله پیوستگی استفاده شده است. برای حل معادله مومنتوم از روش quick که یک روش مرتبه دوم است استفاده شده است زیرا این روش در حضور جریان چرخشی توصیه شده است. برای سرعت در ورودی کانال انحنادار از یک پروفیل توسعه یافته سهموی استفاده شده است که این پروفیل با معادله زیر بیان می شود:

$$w(x, y) = (9/4 * U_m)(1 - (x/b)^2)(1 - (y/a)^2)$$

که U_m سرعت متوسط است.

همگرایی بوسیله محاسبه مانده ها برای مولفه های سرعت و معادله پیوستگی کنترل میشود. برای مولفه های سرعت، مانده به صورت حاصلجمع روی همه سلولهای شبکه از تفاضل بین مقدار متغیر محاسبه شده توسط معادله بقا در یک سلول و مقدار محاسبه شده بوسیله سلولهای همسایه، محاسبه می شود و این مانده توسط یک فاکتور بی بعد کننده بی بعد می شود. برای معادله پیوستگی باقیمانده بیان کننده نسبت نرخ جریان جرمی در یک تکرار معین به ماکزیمم نرخ جریان جرمی در ۵ تکرار اول است. در همگرایی مقدار مانده باید به مقادیر کوچک و پایدار همگرا شود که در همه موارد 10^{-6} انتخاب شده است. برای شبکه بندی از پیش پردازنده گمبیت (Gambit) استفاده شده است. برای مقطع مربع اندازه شبکه به صورت $10 \text{ mm} * 0.83 \text{ mm} * 0.83 \text{ mm}$ در نظر گرفته شده که 10 mm در راستای انحنای باشد. بررسی شبکه با تغییر اندازه شبکه انجام شده است و شبکه فوق به عنوان شبکه بهینه انتخاب شده است. بهینه سازی شبکه برای مقطع مربع با انحنای ۱۰ در نمودار (۲-ب) الف) قسمت نتایج نشان داده شده است. در بخش نتایج توضیحات تکمیلی در این مورد بیان شده است. برای مقطع مستطیل شبکه به صورت $10 \text{ mm} * 1 \text{ mm} * 1 \text{ mm}$ در نظر گرفته شده است. مطالعه شبکه برای مقطع مستطیل با نسبت انحنای ۱۰ در نمودار (۲-ب) بخش نتایج نشان داده شده است.

نتایج:

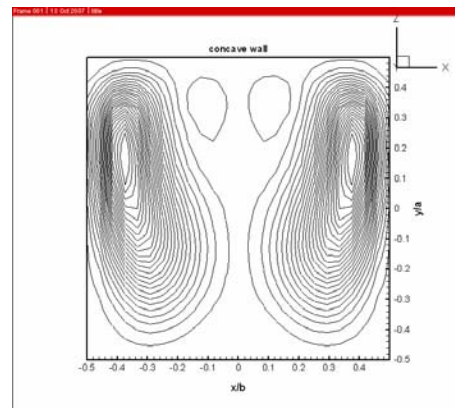
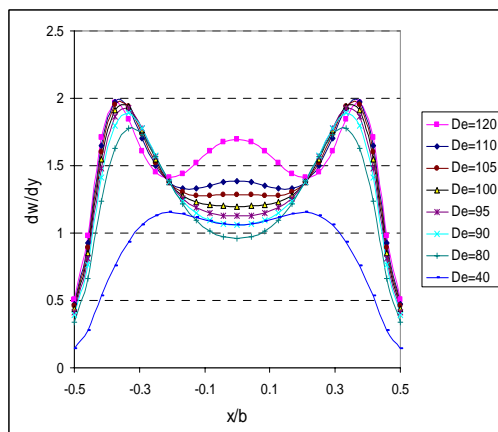
۱- جریان ثانویه به ازای اعداد Dn مختلف:

برای نشان دادن جریان ثانویه و ورتکسها، با توجه به اینکه مسئله سه بعدی است و نمی توان از خطوط جریان

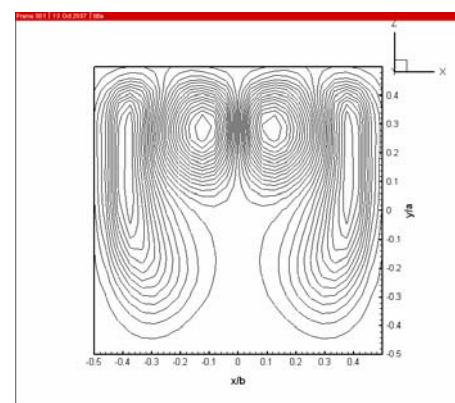
اندازه کافی رشد کرده باشند. بنابراین Fellouah و همکاران [۱] - مفهوم مشابهی را معرفی کردند و آن اندازه گیری گردادیان شعاعی سرعت محوری است. در این مقاله از این روش برای تعیین عدد دین بحرانی استفاده شده است که روش کار در ذیل آورده می شود. برای این کار ابتدا به وسیله کانتورهای جریان ثانویه در عددی بالاتر از Dn_{cr} که ورتکس های دین به وضوح قابل رویت باشند مرکز ورتکس دین شناسایی می شود سپس عدد دین را کاهش می دهیم تا جایی که ورتکسهای دین از بین بروند. در موقعیت y معادل مرکز ورتکس های دین

نمودار تغییرات شعاعی سرعت محوری $(\frac{dw}{dy})$ را برحسب

x به ازای اعداد دین مختلف رسم می کنیم. این نمودار برای مقطع مربع با انحنای 10° رسم شده است (نمودار ۱). مشاهده می شود که در کانال با سطح مقطع مربعی این نمودار برای Dn پایین دو پیک دارد و در Dn بالا سه پیک دارد. این پیک ها معادل ورتکس های گوشه و دین می باشند. موقعیت از دو به سه پیک را به عنوان معیار برای آستانه ناپایداری دین انتخاب می کنیم. برای شناسایی این موقعیت شیب گردادیان شعاعی سرعت محوری نسبت به x محاسبه می شود، برای Dn پایین این شیب سه مرتبه صفر می شود و برای Dn بالا ۵ مرتبه صفر می شود. در حالت بحرانی نواحی مرکزی نمودار کاملاً افقی است. معیار مشابهی برای کانالهای با مقطع مستطیلی بکار می رود. با توجه به نمودار (۱) مقدار Dn بحرانی ۹۸ پیشنهاد می شود. بدیهی است که این معیار، آستانه ناپایداری دین را مقدار کمتری نسبت به معیار رویت شهودی ورتکس ها پیش بینی می کند. نتایج Fellouah و همکاران [۱] که از این معیار استفاده کردند مقدار Dn بحرانی را برای این حالت حدود ۱۰۰ نشان می دهد. نتایج تجربی Sugiyama و همکاران [۴] و نتایج عددی Hwang و Chao که از معیار رویت شهودی استفاده کردند مقدار دین بحرانی را برای این حالت حدود ۱۴۰ نشان می دهند.



$Dn=120$



$Dn=150$

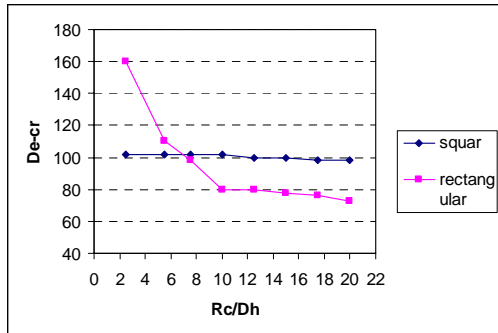
شکل (۳) - جریان ثانویه در مقطع خروجی برای اعداد Dn مختلف، مقطع مربع و $Rc/Dh=20$

۲- محاسبه عدد دین بحرانی:

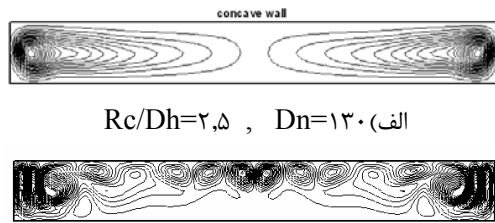
یک روش برای شناسایی عدد دین بحرانی، یعنی موقعیتی که ورتکسهای دین در آنجا ظاهر می شوند و جریان ناپایدار می شود، رویت ورتکسهای دین است که اغلب از این روش در شناسایی دین بحرانی در روشهای تجربی و عددی استفاده می شد و بسیاری از پژوهشگران در مقالات خود از این معیار استفاده کرده اند. اما این معیار یک معیار کیفی است، در روشهای تجربی ورتکسهای دین هنگامی قابل رویت اند که به اندازه کافی رشد کرده باشند و در روش عددی نیز بستگی به تعداد خطوط کانتور انتخاب شده دارد. به عبارت دیگر ممکن است در موقعیتی به ازای تعداد معینی از خطوط کانتور ورتکس دین رویت نشود اما با افزایش دقت و انتخاب خطوط بیشتر ورتکسها رویت شوند و این عمل نیز حدی ندارد، بنابراین در روشهای تجربی و عددی این معیار فاقد دقت لازم است. معیار دیگری که پیشنهاد شده است اما اندازه گیری تنش برشی در سطح مقعر است [۱]. اما تغییرات توزیع تنش برشی جداره هنگامی بوسیله وسایل اندازه گیری قابل تشخیص است که ورتکسهای دین به

نمودار (۱) - محاسبه Dn بحرانی برای مقطع مربع با نسبت انحنای ۱۰

جدید انرژی به ساختار جریان تحمیل می شود که به ورتکس دین اجازه گسترش بیشتر می دهد و ناپایداری جریان بیشتر می شود.



نمودار (۳) - مقدار De بحرانی در نسبت انحنای مختلف برای مقطع مربع و مستطیل (نسبت منظری ۸)

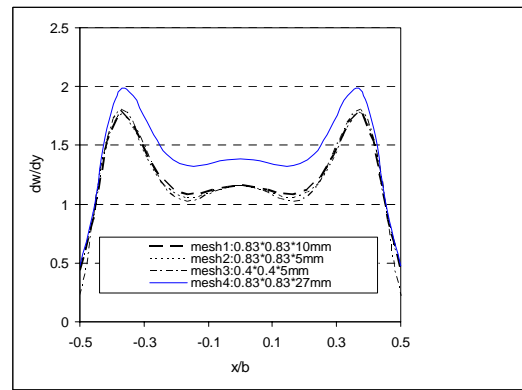


الف) $Rc/Dh=2.5$, $Dn=130$

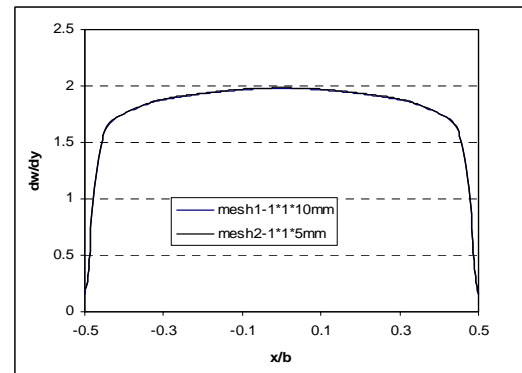
ب) $Rc/Dh=20$, $Dn=130$

شکل ۴ - اثر انحنای در کانورهای جریان ثانویه ($b/a=8$) و مقطع خروجی

همانطور در قسمتهای قبل ذکر شد از معیار فوق برای انتخاب مش بهینه در این مقاله استفاده شده است بدین ترتیب که برای چندین شبکه نمودار $\frac{dw}{dy}$ بر حسب X رسم شده است و مش بهینه انتخاب شده است. این روند در نمودار (۲) برای مقطع مربع با نسبت انحنای ۱۰ و مستطیل با نسبت انحنای ۱۰ نشان داده شده است.



الف)



ب)

نمودار ۲ - بهینه کردن شبکه، الف) $b/a=1$ (مربع) , $Rc/Dh=10$ ب) $Rc/Dh=10$, $b/a=8$

۴ - اثر نسبت منظری (مقایسه مقطع مربع و مستطیل):

با توجه به نمودار (۳) مشخص می شود که به ازای نسبت انحنای بالاتر از حدود ۷ مقطع مربع پایدارتر و به ازای نسبت انحنای کوچکتر از ۷ مستطیل پایدارتر است. این مسئله را می توان با توجه به دو اثر محدودیت مرزی و گسترش جریانهای ثانویه توضیح داد. این دو اثر با یکدیگر در تقابلند.

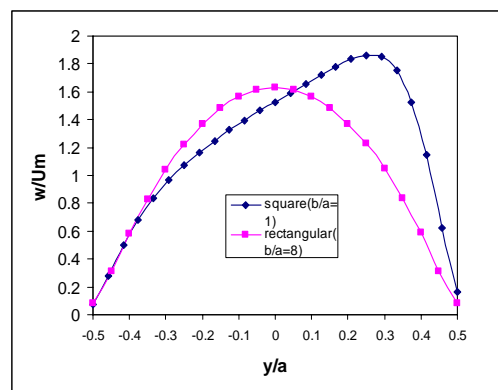
در مقطع مستطیل اثر محدودیت مرزی کمتر است و فضا برای انبساط ورتکس دین بیشتر است و این امر میتواند باعث رشد بیشتر ورتکس دین و ناپایداری بیشتر مقطع مستطیل نسبت به مربع شود.

در نمودار (۴) پروفیل سرعت در مقطع خروجی کانال در موقعیت مرکزی $X=0$ برای دو مقطع مربع (نسبت منظری ۸) و مقطع مستطیل با نسبت منظری ۸ بر حسب Y رسم شده است. مشاهده می شود که در مقطع مربع پروفیل سرعت به دیوار مقعر نزدیک تر شده است و این ناشی از از جریان ثانویه است که سیال با مومنوم بالا را به دیوار

۳ - اثر نسبت انحنای در Dn بحرانی:

در نمودار (۳) Dn بحرانی بر حسب نسبت انحنای برای دو مقطع مربع و مستطیل رسم شده است. نتایج حاصله با نتایج Fellouah [۱] انطباق خوبی دارد. مشاهده میشود که در مقطع مربع نسبت انحنای تاثیر زیادی در Dn بحرانی ندارد ولی در مقطع مستطیل با افزایش شعاع انحنای، Dn بحرانی کم شده است. با رسم کانورهای جریان ثانویه (شکل ۴) مشخص می شود که با افزایش شعاع انحنای ورتکس گوشه به دیوار نزدیک تر می شود و یک توزیع

مقعر انتقال می دهد و سیال با مومنوم پایین را از نزدیک سطح مقعر به مرکز کانال برمی گرداند. در مقطع مربع به دلیل فضای عرضی بیشتر نسبت به مستطیل اثرات جریان ثانویه قویتر است (مقاومت مقطع مربع در برابر جریان ثانویه کمتر است) و این پدیده باعث ناپایداری بیشتر مقطع مربع نسبت به مستطیل می شود. بنابراین با توجه به توضیحات بالا مقایسه پایداری این دو مقطع بستگی به غالب بودن هر کدام از این اثرات دارد.



نمودار ۴- پروفیل سرعت محوری در مقطع خروجی
موقعیت $x=0$, $Dn=110$, $Rc/Dh=10$

۵- اثر عدد دین روی توزیع سرعت:

پارامترهای موثر بر میدان سرعت و توسعه جریان ثانویه عبارتند از: عدد رینولتز، نسبت انحنا (Rc/Dh)، طول توسعه یافتگی، نسبت منطری، و رفتار پروفیل سرعت در مرز ورودی. در این مقاله یک پروفیل سرعت جریان توسعه یافته پوزی در ورودی کانال در نظر گرفته شده است و اثر عدد دین (رینولتز و انحنا) را روی پروفیل سرعت و جریان ثانویه بررسی می شود.

نمودار (۵) اثر عدد دین را روی پروفیل سرعت محوری در مقطع خروجی کانال انحنادار با مقطع مربعی، برای نسبت انحنای ۲۰ نشان می دهد. پروفیل سرعت در دو امتداد $x=0$ (نمودار ۵-الف) و $y=0$ (ب) رسم شده است، در نمودار ۵-الف مشاهده می شود تا قبل از دین بحرانی، افزایش عدد دین پیک پروفیل سرعت محوری را به سمت دیوار مقعر منتقل میکند یعنی انتقال مومنوم محوری از مقطع به سمت دیوار مقعر را افزایش می دهد.

عدم تعادل در دیوار مقعر بین گرادیان فشار و نیروی گریز از مرکز باعث ایجاد ورتکسهای گوشه می شود که این ورتکسها عامل انتقال مومنوم از مرکز به دیوار مقعر می باشند. با افزایش سرعت و قویتر شدن انتقال مومنوم از مرکز به دیوار مقعر، اثرات ویسکوز نمی توانند ساختار دو ورتکسی را نگه دارند و ورتکسها گسترش یافته و

ورتکسهای دین تشکیل شده که سیال را از دیوار مقعر به مرکز بر می گردانند و در نتیجه انتقال سیال را به سمت دیوار مقعر کاهش می دهند. بنابراین بالاتر از عدد دین بحرانی، با افزایش عدد دین پیک پروفیل سرعت محوری کم می شود و به طور پیوسته به مرکز مقطع می آید. برای اعداد دین بالا این پیک شیفیت دیگری به سمت دیوار مقعر پیدا می کند زیرا نیروی گریز از مرکز افزایش می یابد.

در نمودار ۵-ب چند پیک در قسمت مرکزی منحنی مشاهده می شود. انتقال مومنوم محوری از نزدیک دیوار مقعر به مقطع مرکزی که بوسیله ناپایداری دین ایجاد می شود باعث ایجاد این پیک ها می شود.

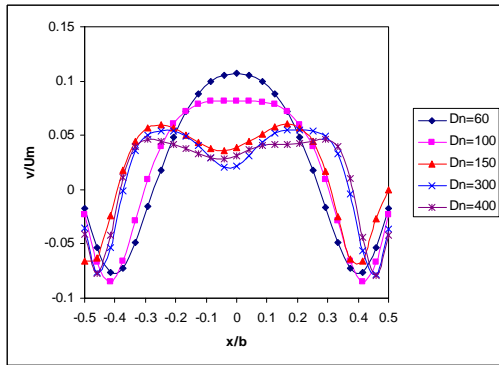
نمودار (۶) توزیع دو مولفه جریان ثانویه بی بعد را با افزایش عدد دین برای کانال با مقطع مربع و نسبت انحنا $y=0$ در مقطع خروجی و موقعیت $x=0$ نشان می دهد. در نمودار ۶-الف مولفه جهت x سرعت ثانویه (u/U_m) دو پیک را برای عدد دین ۶۰ نشان می دهد که با مرکز دو ورتکس گوشه متناظر است و با افزایش عدد دین از ۶۰ به ۱۰۰ به سمت دیوار تخت حرکت می کند بنابراین فضای وسطی از ورتکس خالی شده و مقاومت به تشکیل ورتکس دین کمتر می شود. در عدد دین ۱۰۰ پیکهای اضافه ظاهر می شوند که ناشی از ناپایداری دین می باشند.

مولفه y جریان ثانویه (نمودار ۶-ب) در اعداد دین ۶۰ و ۱۰۰ سه اکسترمم دارد. پیک مرکزی نمودار متناظر با عمل پمپاژ شعاعی دو ورتکس گوشه می باشند. در دین ۱۵۰ دو پیک اضافه به دلیل عملکرد ناپایداری دین آشکار شده اند.

در شکل ۷ پروفیل سرعت محوری در خروجی مقطع مستطیل نشان داده شده است. با توجه به نمودار (۷-الف) مشاهده می شود که برای اعداد دین زیر بحرانی انحراف پروفیل را به سمت دیواره بر خلاف مقطع مربع نداریم و این نشان دهنده ضعیف تر بودن جریانهای ثانویه در مقطع مستطیل است. بالاتر از Dn بحرانی نیز انحراف زیادی نداریم یعنی اثرات ورتکس گوشه در راندن پروفیل به سمت دیواره مقعر و ورتکس دین در بازگرداندن آن به مرکز، با یکدیگر تقریباً برابر بوده اند. در Dn بالا انحراف پروفیل به دیواره مقعر بیشتر شده است.

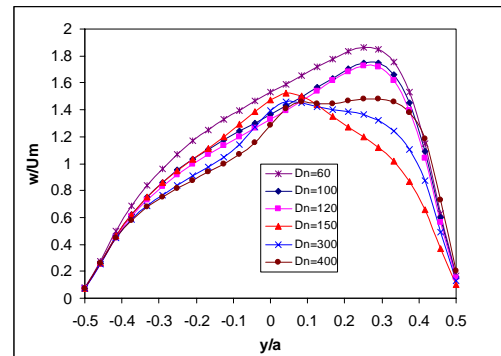
باتوجه به نمودار (۷-ب) در Dn زیر بحرانی پروفیل سرعت در امتداد $y=0$ یکنواخت است و با گذشتن از حالت بحرانی بر اثر ورتکسهای دین پروفیل سرعت در مرکز مقطع به مرور تغییر شکل می دهد و پیکها و قلهها در آن ظاهر می شوند. درهها با نواحی از بالا شسته شده

توسط ورتکسهای دین متناظرند که در آن نواحی ورتکسهای دین سیال مومنتوم پایین را از اطراف دیواره مقعر به مرکز می آورند. پیکها با نواحی از پایین شسته شده توسط ورتکسهای دین متناظرند که در آن نواحی ورتکسهای دین سیال مومنتوم بالا را از مرکز به سمت دیوار مقعر می کشند. دامنه پیکها با عدد دین افزایش می یابد.

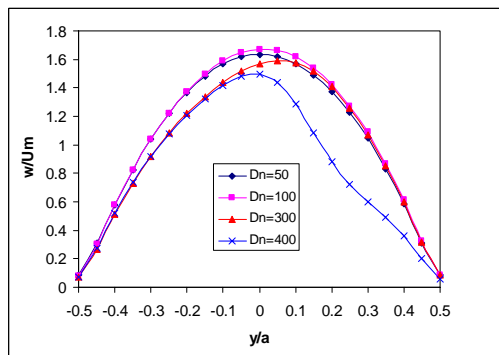


(ب)

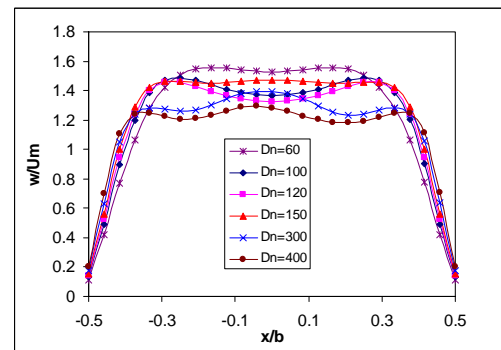
نمودار ۶- اثر عدد دین روی مولفه های جریان ثانویه در مقطع خروجی، موقعیت $y=0$ ، مقطع مربع، $Rc/Dh=20$ ، الف) u ، ب) v



(الف)

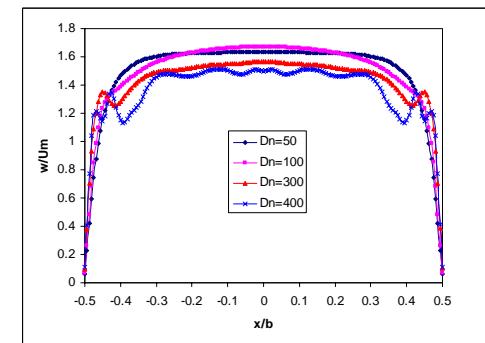


(الف)



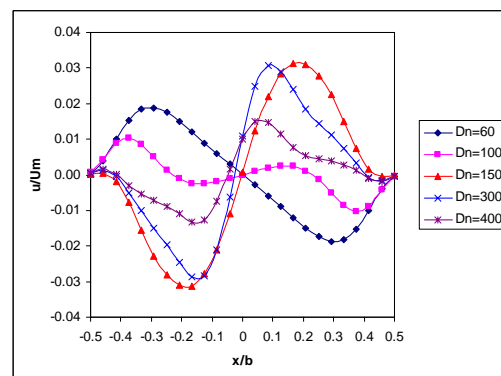
(ب)

نمودار ۵- اثر عدد دین روی پروفیل سرعت مقطع خروجی، مقطع مربع، $Rc/Dh=20$ ، الف) امتداد $x=0$ ، ب) امتداد $y=0$



(ب)

نمودار ۷- اثر عدد دین روی پروفیل سرعت مقطع خروجی، مقطع مستطیل، $Rc/Dh=10$ ، الف) امتداد $x=0$ ، ب) امتداد $y=0$



(الف)

منابع:

۱- H. Fellouah, C. Castelain, A. Ould El Moctar, H. Peerhossaini, A criterion for detection of the onset of Dean instability in newtonian fluids, European Journal of Mechanics B/Fluids ۲۵ (۲۰۰۶) ۵۰۵-۵۳۱

- ୨- P.G Drazin, W.H. Reid, Hydrodynamic stability, cambrige university press
 ୩- S.A. Berger, L. Talbot, L.S. Yao, Flow in curved pipes, Annu. Rev. Fluid Mech. (1983) 461-512
 ୪- S. Sugiyama, T. Hayashi, K. Yamazaki, Flow characteristics in the curved rectangular channels (visualisation of secondary flow), Bull. JSME ୨୬ (୨16) (1983) 964-969.
 ୫- K.H. Winters, A bifurcation study of laminar flow in a curved tube of rectangular cross-section, J. Fluid Mech. 180 (1987) 342-369.
 ୬- L. Wang, T. Yang, Periodic oscillation in curved duct flows, Physica D ୨00 (୨000) 296-302
 ୭- R.N. Mondal, Y. Kaga, T. Hyakutake, S. Yanase, Fluid Dynamics Research ୨9 (୨007) 413-446